**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**‌****Министерство образования Тверской области‌‌**

**‌****Управление образования Администрации города Твери‌**​

**МБОУ СОШ № 4**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| РАССМОТРЕНО  Руководитель МО  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Лоткова О. Н.  Приказ № 1 от «30» августа 2023 г. | СОГЛАСОВАНО  Заместитель директора по учебной части  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Митрякина С.Л.  Приказ № 540 от «01» сентября 2023 г. | УТВЕРЖДЕНО  Директор МБОУ СОШ № 4  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Тюрякова И.В.  Приказ № 540 от «01» сентября 2023 г. |

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

(ID 535880)

**учебного курса «Математика» (углублённый уровень)»**

для обучающихся 10 – 11 классов

**г. Тверь‌** **2023‌**​

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Рабочая программа учебного предмета «Математика» для 10 - 11 классов разработана с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта среднего(полного) общего образования и с учетом программ для общеобразовательных школ с использованием рекомендаций авторских программ Ю.М. Колягина, Л.С. Атанасяна. В данной программе соблюдается преемственность с рабочей программой основного общего образования.

Реализация рабочей программы осуществляется с использованием УМК Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др. «Алгебра и начала математического анализа, базовый и профильный уровень, 10 класс» (М: Просвещение, 2021); Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др. «Алгебра и начала математического анализа, базовый и профильный уровень, 11 класс» (М: Просвещение, 2021); Л.С. Атанасяна, В.Ф.Бутузова, С.Б.Кадомцева и др. «Геометрия 10-11» (М.: Просвещение, 2020)

Практическая значимость школьного курса математики обусловлена тем, что его объектами являются фундаментальные структуры и количественные отношения действительного мира. Математическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Математика является языком науки и техники. С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в природе.

Курс алгебры и начал математики является одним из опорных курсов старшей школы: он обеспечивает изучение других дисциплин. В первую очередь это относится к предметам естественно - научного цикла, в частности к физике. Развитие логического мышления учащихся при изучении алгебры и начал математического анализа способствует усвоению предметов гуманитарного цикла. Практические умения и навыки математического характера необходимы для трудовой и профессиональной подготовки школьников.

Развитие у учащихся правильных представлений о сущности и происхождении математических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте алгебры и начал математического анализа в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения учащихся, а также формированию качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе.

Требуя от учащихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активности, воображения, математика развивает нравственные черты личности (настойчивость, целеустремлённость, творческую активность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, дисциплину и критичность мышления) и умение аргументированно отстаивать свои взгляды и убеждения, а также способность принимать самостоятельные решения.

Изучение курса математики существенно расширяет кругозор учащихся, знакомя их с индукцией и дедукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности школьников.

При обучении математике формируются умения и навыки умственного труда — планирование своей работы, поиск рациональных путей её выполнения, критическая оценка результатов. В процессе обучения школьники должны научиться излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, лаконично и ёмко, приобрести навыки чёткого, аккуратного и грамотного выполнения математических записей.

Важнейшей задачей школьного курса математики является развитие логического мышления учащихся. Сами объекты математических умозаключений и принятые в математике правила их конструирования способствуют формированию умений обосновывать и доказывать суждения, приводить чёткие определения, развивают логическую интуицию, кратко и наглядно вскрывают механизм логических построений и учат их применению. Тем самым курс алгебры и начал математического анализа занимает ведущее место в формировании научно-теоретического мышления школьников. Раскрывая внутреннюю гармонию математики, формируя понимание красоты и изящества математических рассуждений, способствуя восприятию математических форм, математика тем самым вносит значительный вклад в эстетическое воспитание учащихся. Её изучение развивает воображение школьников, существенно обогащает их пространственные представления.

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации математическое образование должно решать, в частности, следующие ключевые **задачи:**

— предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе;

*— обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка* которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавания математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.;

— предусматривает в основном общем и среднем общем образовании подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования.

Соответственно выделяются три направления требований к результатам математического образования:

1. Практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни).

2. Математика для использования в профессии, не связанной с математикой.

3. Творческое направление, на которое нацелены обучающиеся, планирующие заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

Программа углублённого уровня предназначена для профильного изучения математики. При выполнении этой программы предъявляются требования, соответствующие направлению «математика для профессиональной деятельности». Вместе с тем выпускник получает возможность изучить математику на гораздо более высоком уровне, что создаст фундамент для дальнейшего серьёзного изучения математики в вузе.

**ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

Математическое образование играет важную роль и в практической, и в духовной жизни общества. Практическая сторона связана с созданием и применением инструментария, необходимого человеку в его продуктивной деятельности, духовная сторона — с интеллектуальным развитием человека, формированием характера и общей культуры.

Без конкретных знаний по математике затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной Социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Каждому человеку в своей жизни приходится выполнять расчёты, читать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков, понимать вероятностный характер случайных событий, составлять несложные алгоритмы и др.

Изучение данного курса завершает формирование ценностно-смысловых установок и ориентаций учащихся в отношении математических знаний и проблем их использования в рамках среднего общего образования. Курс способствует формированию умения видеть и понимать их значимость для каждого человека независимо от его профессиональной деятельности; умения различать факты и оценки, сравнивать оценочные выводы, видеть их связь с критериями оценок и связь критериев с определённой системой ценностей.

Без базовой математической подготовки невозможно представить образование современного человека. В школе математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин. Реальной необходимостью в наши дни становится непрерывное образование, что требует полноценной базовой общеобразовательной подготовки, в том числе и по алгебре и началам математического анализа.

Для жизни в современном обществе важным является формирование математического стиля мышления. Объекты математических умозаключений и правила их конструирования вскрывают механизм логических построений, вырабатывают умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление. Алгебре и началам математического анализа принадлежит ведущая роль в формировании алгоритмического мышления, воспитании умений действовать по заданному алгоритму. В ходе решения задач — основной учебной деятельности на уроках математики — развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике даёт возможность развивать у учащихся точную, лаконичную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые (в частности, символические, графические) средства, т. е. способствует формированию коммуникативной культуры, в том числе умению ясно, логично, точно и последовательно излагать свою точку зрения, использовать языковые : средства, адекватные обсуждаемой проблеме.

Дальнейшее развитие приобретут и познавательные действия. Учащиеся глубже осознают основные особенности математики как формы человеческого познания, научного метода познания природы, а также возможные сферы и границы её применения.

Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Необходимыми компонентами общей культуры являются знакомство с методами познания действительности, представление о методах математики, их отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения прикладных задач. Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений.

В результате целенаправленной учебной деятельности, осуществляемой в формах учебного исследования, учебного проекта, получит дальнейшее развитие способность к информационно-поисковой деятельности: самостоятельному отбору источников информации в соответствии с поставленными целями и задачами. Учащиеся научатся систематизировать информацию по заданным признакам, критически оценивать и интерпретировать информацию. Изучение курса будет способствовать развитию ИКТ-компетентности учащихся.

Получит дальнейшее развитие способность к самоорганизации и само регуляции. Учащиеся получат опыт успешной, целенаправленной и результативной учебно-предпрофессиональной деятельности; освоят на практическом уровне умение планировать свою деятельность и управлять ею времени; использовать ресурсные возможности для достижения целей: осуществлять выбор конструктивных стратегий в трудных ситуациях; самостоятельно реализовывать, контролировать и осуществлять коррекцию учебной и познавательной деятельности на основе предварительного планирования и обратной связи, получаемой от педагогов.

Содержательной основой и главным средством формирования и развития всех указанных способностей служит целенаправленный отбор учебного материала, который ведётся на основе принципов научности и фундаментальности, историзма, доступности и непрерывности, целостности и системности математического образования, его связи с техникой, технологией, жизнью.

Содержание курса алгебры и начал математического анализа формируется на основе Фундаментального ядра школьного математического образования. Оно представлено в виде совокупности содержательных линий раскрывающих наполнение Фундаментального ядра школьного тематического образования применительно к старшей школе. Программа регламентирует объём материала, обязательного для изучения. Содержание данного курса включает следующие разделы: «Алгебра», «Математический анализ», «Вероятность и статистика», «Геометрия». Содержание раздела «Алгебра» способствует формированию у учащихся математического аппарата для решения задач окружающей реальности. Происходит развитие и завершение базовых знаний о числе. Тема «Комплексные числа» знакомит учащихся с понятием комплексного числа, правилами действий с ними, различными формами записи комплексных чисел, решением простейших уравнений в поле комплексных чисел и завершает основную содержательную линию курса школьной математики «Числа». Основное назначение этих вопросов связано с повышением общей математической подготовки у учащихся, освоением простых и эффективных приёмов решения алгебраических задач.

Раздел «Математический анализ» представлен тремя основными темами «Элементарные функции», «Производная» и «Интеграл». Содержание этого раздела нацелено на получение школьниками конкретных знаний о функции как важнейшей модели описания и исследования разнообразных реальных процессов. Изучение степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций продолжает знакомство учащихся с основными элементарными функциями, начатое в основной школе. Помимо овладения непосредственными умениями решать соответствующие уравнения и неравенства, у учащихся формируется запас геометрических представлений, лежащих в основе объяснения правомерности стандартных и эвристических приёмов решения задач. Темы «Производная» и «Интеграл» содержат традиционно трудные вопросы для школьников, даже для тех, кто выбрал изучение математики на углублённом уровне, поэтому изложение предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся более, чем на строгие определения. Тем не менее, знакомство с этим материалом даёт представление учащимся об общих идеях и методах математической науки.

При изучении раздела «Вероятность и статистика» рассматривают различные математические модели, позволяющие измерять и сравнивать вероятности различных событий, делать выводы и прогнозы. Этот материал необходим прежде всего для формирования у учащихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей. К этому разделу относятся также сведения из логики, комбинаторики и теории графов.

Изучение «Геометрии» направлено на систематизацию свойств геометрических тел в пространстве, развитие пространственных представлений учащихся, освоение способов вычисления практически важных геометрических величин и дальнейшее развитие логического мышления учащихся.

**МЕСТО ПРЕДМЕТА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ**

Базисный учебный (образовательный) план для изучения предмета «Математика» отводит на углубленном уровне 6 учебных часов в неделю в 10 – 11 классах. На изучение алгебры и начал математического анализа отводится 4 часа в неделю, геометрии 2 часа в неделюРаспределение учебного времени представлено в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Предмет | Количество часов | |
| 10 класс | 11 класс |
| Алгебра и начала математического анализа | 136 | 136 |
| Геометрия | 68 | 68 |
| Всего часов | 204 | 204 |

**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА**

**АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

**Углубленный уровень**

Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник научится, а также получит возможность научиться для обеспечения успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук (2-й уровень планируемых результатов, выделено *курсивом*).

**Элементы теории множеств и математической логики**

— Свободно оперировать1 понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множества, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;

— применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;

— проверять принадлежность элемента множеству;

— находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;

— задавать множества перечислением и характеристическим свойством;

— оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;

— проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;

— *оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;*

*— понимать суть косвенного доказательства; оперировать понятиями счётного и несчётного множества;*

*— применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;

— проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;

— использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1Здесь и далее — знать определение понятия, знать и уметь доказывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно "понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

**Числа и выражения**

— Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени *п*, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

— понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;

— переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;

— доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;

— выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;

— сравнивать действительные числа разными способами; упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше второй;

— находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;

— выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;

— выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;

— свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;

— понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;

— владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;

— иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;

— *свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;*

*— владеть формулой бинома Ньютона;*

*— применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;*

*— применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей;*

*— применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;*

*— владеть понятиями: приводимые и неприводимые многочлены; применять их при решении задач;*

*— применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;

— записывать, сравнивать, округлять числовые данные;

— использовать реальные величины в разных системах измерения;

— составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

**Уравнения и неравенства**

— Свободно оперировать понятиями: уравнение; неравенство; равносильные уравнения и неравенства; уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве; равносильные преобразования уравнений;

— решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвёртой степеней, дробно-рациональные и иррациональные;

— овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных- уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;

— применять теорему Безу к решению уравнений;

— применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;

— понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;

— владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;

— использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;

— решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; владеть разными методами доказательства неравенств; решать уравнения в целых числах;

— изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;

— свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;

— *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;*

*— свободно решать системы линейных уравнений; решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами.*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;

— выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;

— составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;

— составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;

— использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

**Функции**

— Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;

— владеть понятием: степенная функция; строить её график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;

— владеть понятиями: показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;

— владеть понятием: логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;

— владеть понятием: тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;

— владеть понятием: обратная функция; применять это понятие при решении задач;

— применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;

— применять при решении задач преобразования графиков функций; владеть понятиями: числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии;

— применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;

— *владеть понятием: асимптота; уметь его применять при решении задач;*

*— применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.*

**В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

— определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации; — определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

**Элементы математического анализа**

— Владеть понятием: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;

— применять для решения задач теорию пределов;

— владеть понятиями: бесконечно большие числовые последовательности и бесконечно малые числовые последовательности; уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;

— владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;

— вычислять производные элементарных функций и их комбинаций; исследовать функции на монотонность и экстремумы; — строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;

— владеть понятием: касательная к графику функции; уметь применять его при решении задач;

— владеть понятиями: первообразная, определённый интеграл;

— применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;

— *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;*

*— свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;*

*— оперировать понятием первообразной для решения задач;*

*— овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;*

*— оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;*

*— уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;*

*— уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;*

*— уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);*

*— уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;*

*— владеть понятиями: вторая производная, выпуклость графика функции; уметь исследовать функцию на выпуклость.*

**В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

— решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

**Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов**

— Оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятиями: генеральная совокупность и выборка;

— оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;

— владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;

— иметь представление об основах теории вероятностей;

— иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;

— иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;

— иметь представление о совместных распределениях случайных величин;

— понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;

— иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;

*— иметь представление о корреляции случайных величин;*

*— иметь представление о центральной предельной теореме;*

*— иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;*

*— иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;*

*— иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;*

*— иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;*

*— владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;*

*— иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;*

*— владеть понятием: связность; уметь применять компоненты связности при решении задач;*

*— уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;*

*— владеть понятиями: конечные счётные множества; счётные множества; уметь применять их при решении задач;*

*— уметь применять метод математической индукции;*

*— уметь применять принцип Дирихле при решении задач.*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;

— выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

**Текстовые задачи**

— Решать разные задачи повышенной трудности;

— анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;

— строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;

— решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;

— анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;

— переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— решать практические задачи и задачи из других предметов.

**История и методы математики**

— Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;

— понимать роль математики в развитии России;

— использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;

— применять основные методы решения математических задач;

— на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;

— применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;

— пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;

— *применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).*

**Геометрические тела и их свойства. Измерение геометрических величин**

— распознавать на чертежах и моделях пространственные формы;

— соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями; описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве,

— анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

— изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач,

— решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение величин (длин, углов, площадей, объемов);

— использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

— проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— применять для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

— уметь производить вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства

**СОДЕРЖАНИЕ КУРСА**

**Углублённый уровень**

**Элементы теории множеств и математической логики**

Понятие множества. Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множества. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами, их иллюстрации с помощью кругов Эйлера. *Счётные и несчётные множества.*

Истинные и ложные высказывания (утверждения), операции над высказываниями. Кванторы существования и всеобщности. *Алгебра высказываний.*

Законы логики. *Основные логические правила*. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера.

Умозаключения. Обоснование и доказательство в математике. Определения. Теоремы. *Виды доказательств. Математическая индукция.* Утверждения: обратное данному, *противоположное, обратное противоположному*. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

**Числа и выражения**

Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Множество комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряжённые числа. Модуль и аргумент числа. *Тригонометрическая форма комплексного числа.*

Радианная мера угла. Тригонометрическая окружность. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Тригонометрические формулы приведения и сложения, формулы двойного и половинного угла. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение и обратные преобразования.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Число е. Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифмы.

Тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных и иррациональных выражений.

Метод математической индукции.

*Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. Системы счисления, отличные от десятичных. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

*Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

**Уравнения и неравенства**

Уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.

Тригонометрические, показательные, логарифмические и иррациональные уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств.

Метод интервалов для решения неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и *иррациональных* неравенств.

Уравнения, системы уравнений с параметрами. *Неравенства с параметрами.*

*Решение уравнений степени выше второй специальных видов. Формулы Виета. Теорема Безу. Диофантовы уравнения. Решение уравнений в комплексных числах.*

*Неравенства о средних. Неравенство Бернулли.*

**Функции**

Функция и её свойства; нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодическая функция и её наименьший период. Чётные и нечётные функции. *Функции «дробная часть числа» у = {х} и «целая часть числа» у = [х].*

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Тригонометрические функции числового аргумента у = cosx, у = sinx, у = tgx, у = ctg х. Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики.

Степенная, показательная, логарифмическая функции, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат.

**Элементы математического анализа**

Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции*. Непрерывность функции.

*Свойства непрерывных функций.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике*. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

*Вторая производная, её геометрический и физический смысл.*

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении прикладных задач на максимум и минимум.*

Первообразная. Неопределённый интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона - Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур *и объёмов тел вращения с помощью интеграла.*

*Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.*

**Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов**

Правило произведения в комбинаторике. Соединения без повторений. Сочетания и их свойства. Бином Ньютона. *Соединения с повторениями.*

Вероятность события. Сумма вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Условная вероятность. Независимые события. Произведение вероятностей независимых событий. Формула Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и их распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной вели-чины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

*Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

Корреляция двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции.

*Статистическая гипотеза. Статистические критерии. Статистическая значимость. Проверка простейших гипотез.*

*Основные понятия теории графов.*

**Геометрические тела и их свойства. Измерение геометрических величин**

Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Признаки параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей. Углы между прямыми и плоскостями.

Расстояние от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми, между прямой и параллельной ей плоскостью, между параллельными плоскостями.

Многогранники. Призма. Параллелепипед. Пирамида. Усеченная пирамида. Правильные многогранники. Сечения многогранников. Формулы объемов призмы и пирамиды.

Тела вращения. Сечения тел вращения. Прямой круговой цилиндр. Прямой круговой конус. Усеченный конус. Шар и сфера. Формулы объемов цилиндра, конуса и шара. Формулы площадей: боковой поверхности цилиндра и конуса, поверхности шара.

Изображение пространственных тел. Подобие пространственных тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных фигур.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

**Алгебра и начала математического анализа**

**X класс**

1. ч в неделю, всего 136 часов)

**1. Повторение (8 часов)**

Уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным. Линейные, квадратные, дробно – рациональные неравенства. Метод интервалов. Системы неравенств. Многочлен от одного переменного. Схема Горнера. Корень многочлена. Уравнения высших степеней. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона.

1. **Степень с действительным показателем (15 ч)**

Действительные числа. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Арифметический корень натуральной степени. Степень с раци­ональным и действительным показателем.

1. **Степенная функция (14 ч)**

Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции. Сложная функция. Дробно - линейная функция. Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения. Иррациональные неравенства.

1. **Показательная функция (13 ч)**

Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения. Показательные неравенства. Системы показательных уравнений и неравенств.

1. **Логарифмическая функция (17 ч)**

Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Логарифмические уравнения. Логарифмические неравенства.

1. **Тригонометрические формулы (26 ч)**

Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла. Тригонометрические тождества. Синус, косинус и тангенс углов α и —α. Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс двойного и половинного углов. Формулы приведения. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов. Произведение синусов и косинусов.

1. **Тригонометрические уравнения (19 ч)**

Уравнение *cos х = а*.Уравнение *sin х = а*.Уравнение *tg х = а***.** Уравнение *сtg х = а***.** Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. Однородные уравнения. Методы замены неизвестного и разложения на множители. Метод оценки левой и правой частей тригонометрического уравнения. Системы тригонометрических уравнений. Тригонометрические неравенства.

1. **Тригонометрические функции (18ч)**

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций. Свойства и графики функций *у =* cos *х, у =* sin *х, у =* tg *х, y=ctgx.* Обратные тригонометрические функции.

1. **Повторение (6 часов)**

Равносильность уравнений и неравенств. Иррациональные уравнения. Показательная функция, её свойства и график. Логарифмическая функция, её свойства и график. Показательные и логарифмические неравенства и уравнения. Тригонометрические формулы и тождественные преобразования.

**XI класс**

1. ч в неделю, всего 136 часов)

**1. Повторение (8 часов)**

Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Арифметический корень n-ой степени. Свойства арифмитического корня Иррациональные уравнения Показательная функция, её свойства и график. Показательные уравнения и неравенства. Логарифмическая функция, её свойства и график. Логарифмические уравнения и неравенства. Тригонометрические формулы. Преобразования тригонометрических выражений. Основные тригонометрические функции.

**2. Производная и ее геометрический смысл. (22ч).**

Предел последовательности. Предел функции. Непрерывность функции. Определение производной. Правила дифференцирования. Производная степенной функции. Производные некоторых элементарных функций. Геометрический смысл производной.

**3. Применение производной к исследованию функций (19 ч)**

Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Производная второго порядка, выпуклость и точки перегиба графика функции. Построение графиков функций.

1. **Первообразная и интеграл (15 ч)**

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Интеграл. Вычисление интегралов. Вычисление площадей с помощью интегралов. Применение интегралов для решения физических задач. Простейшие дифференциальные уравнения.

1. **Комбинаторика (13 ч)**

Математическая индукция. Правило произведения. Размещения с повторениями. Перестановки. Размещения без повторений. Сочетания без повторений и Бином Ньютона. Сочетания с повторениями.

1. **Элементы теории вероятностей (12ч)**

Вероятность события. Сложение вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Вероятность произведения независимых событий.Формула Бернулли.

1. **Комплексные числа (14 ч)**

Определение комплексных чисел. Сложение и умножение комплексных чисел. Определение комплексных чисел. Сложение и умножение комплексных чисел. Комплексное сопряжённое число. Модуль комплексного числа. Операции вычитания и деления. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел записанных в тригонометрической форме. Формула Муавра. Умножение и деление комплексных чисел записанных в тригонометрической форме. Формула Муавра. Квадратное уравнение с комплексным неизвестным. Извлечение корня из комплексного числа. Алгебраические уравнения.

1. **Повторение (33 ч)**

Свойства степенной функции и её график. Свойства показательной функции и её график. Свойства логарифмической функции и её график. Тригонометрические функции у=соsx и у=sinx . Тригонометрические функции у=tgx и у=ctgx . Общие сведения об уравнениях. Метод разложения на множители. Метод введения новой переменной. Функциолнально - графический метод. Решение уравнений с применением нескольких методов. Метод раскрытия модулей на промежутках. Приёмы решения уравнений с двумя неизвестными. Основные понятия, связанные с решением неравенств. Методы решение алгебраических неравенств. Показательные и логарифмические неравенства. Показательные и логарифмические неравенства. Способы и методы решения систем уравнений с двумя неизвестными. Изображение на координатной плоскости решений неравенств и систем неравенств с двумя неизвестными. Системы нелинейных неравенств. Подходы к решению задач с параметрами. Решение текстовых задач алгебраическим методом. Производная и её применения. Интеграл и первообразная.

**Геометрия**

**X класс**

1. ч в неделю, всего 68 часов)

**1. Введение (3 ч).**

Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии. Некоторые следствия из аксиом.

**2**. **Параллельность прямых и плоскостей (16 ч).**

Параллельность прямых, прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми. Параллельность плоскостей. Тетраэдр и параллелепи­пед.

1. **Перпендикулярность прямых и плоскостей (17ч).**

Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.

1. **Многогранники (17ч).**

Понятие многогранника. Призма. Пирамида. Правильные многогранники.

1. **Векторы в пространстве (10 ч).**

Понятие вектора в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы.

1. **Повторение (5ч)**

Параллельность прямых и плоскостей. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Многогранники

**XI класс**

(2 ч в неделю, всего 68 ч)

1. **Метод координат в пространстве (16 ч)**

Координаты точки и координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Движения.

1. **Цилиндр, конус, шар (20 ч)**

Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Конус. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус. Сфера. Шар. Взаимное расположение сферы и плоскости Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.

1. **Объемы тел (24 ч)**

Объем прямоугольного параллелепипеда. Объемы прямой призмы и цилиндра. Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса. Объем шара и площадь сферы. Объемы шарового сег­мента, шарового слоя и шарового сектора.

1. **Повторение (8 ч)**

Параллельность прямых. Параллельность прямой и плоскости. Скрещивающиеся прямые. Параллельность плоскостей. Перпедикулярность прямой и плоскости. Теорема о трёх перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей. Параллелепипед, призма, пирамида, площади их поверхностей. Тела вращения, площади их поверхностей. Векторы в пространстве. Действия над векторами. Скалярное произведение векторов. Объёмы геометрических тел. Комбинации геометрических тел.

**УМК**

1. *Колягин Ю. М., Ткачёва М. В., Шабунин М. И.* и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математическо­го анализа. 10 класс. Базовый и углублённый уровни
2. *Колягин Ю. М., Ткачёва М. В., Шабунин М. И.* и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математическо­го анализа. 11 класс. Базовый и углублённый уровни
3. *Шабунин М. И., Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е.* и др. Алгебра и начала ма­тематического анализа. Дидактические материалы. 10 класс. Углублённый уро­вень
4. *Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е.* Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты. 10 класс. Базовый и углублённый уровни
5. *Фёдорова Н. Е., Ткачёва М. В.* Алгебра и начала математического анализа. Методические рекомендации. 10 класс
6. *Шабунин М. И., Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е.* и др. Алгебра и начала ма­тематического анализа. Дидактические материалы. 11 класс. Углублённый уро­вень
7. *Ткачёва М. В.* Алгебра и начала математического анализа. Тематические те­сты. 11 класс. Базовый уровни

8. Атанасян Л.С., В. Ф. Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия, 10-11 : Учеб. для общеобразоват. учреждений

9. Зив Б. Г. Дидактические материалы по геометрии для 10 класса. М. Просвещение, 2013 - 2014.

10. Зив Б. Г. Дидактические материалы по геометрии для 11 класса. М : Просвещение, 2013-2014.

11. Обучающие и проверочные задания по геометрии. 10—11 кл. К учебнику Л. С. Атанасяна и др. (авт. Т. Н. Алешина. М.: Интеллект-Центр, 2013-2014).