4 класс

1. Семеро детей стоят в ряд и держат в руках конфеты. У детей, которые стоят справа от Тани, – 13 конфет, справа от Вани – 35 конфет, справа от Ани – 24, справа от Дани – 8 конфет, справа от Даши – 28 конфет, и справа от Саши – 16. Сколько конфет у Маши?
2. Девять монет выложены в ряд, причем вторая, четвертая, шестая и восьмая монеты лежат кверху орлом, а остальные – решкой. За один ход надо выбрать одну или несколько идущих подряд монет и перевернуть их. За какое наименьшее число ходов можно добиться того, чтобы все монеты стали расположены одинаково.
3. В равенстве 1·2·3·4·5·6·7·8·9 = 2016 замените некоторые знаки умножения знаками сложения и расставьте скобки так, чтобы оно стало верным.
4. Четыре девочки загадали по двузначному числу, а мальчик загадал четырёхзначное число. После того, как они написали свои числа в ряд в каком-то порядке, получилось число 214053032135. Найдите число, которое загадал мальчик.

Решения.

1. Легко понять, что Даня стоит правее Тани, Вани, Ани, Даши и Саши (так как справа от него находится меньше всего конфет). Единственный, кто может стоять справа от Дани – это Маша, значит, у нее 8 конфет.
2. Существует много способов сделать это за 4 хода. Этого нельзя сделать за меньшее число ходов, так как за один ход можно уничтожить только две «смены знаков», а всего таких «смен знаков» имеется 8.
3. (1+2+3+4+5+6+7)∙8∙9=2016
4. Мальчик задумал число 5303. Это единственный вариант, при котором не получается чисел, начинающихся с цифры 0.

5 класс

1. Путешественник приехал в гостиницу утром, имея при себе 37 золотых монет. Хозяин объясняет ему правила: «Каждый вечер ты должен отдавать мне в уплату за прошедший день одну или больше монет, сколько захочешь. Но если за какой-то период (один или несколько подряд идущих дней) ты мне заплатишь ровно 7 монет, то больше оставаться нельзя». Придумайте способ оплаты, при котором путешественник сможет прожить в гостинице наибольшее число дней?
2. На доске написаны четыре четвёрки: 4 4 4 4. Между каждыми двумя соседними четвёрками надо поставить знаки арифметических действий, затем расставить скобки (если потребуется) и вычислить значение. Получите таким способом каждую из цифр от 0 до 9.
3. День рождения Маши и ее родителей – 1 января. В январе 2015 года Маша была в 6 раз младше своей мамы, а в январе 2016 – в 6 раз младше папы. На сколько лет папа старше мамы?
4. Нескольким детям раздали 115 конфет. У каждого из них оказалась по крайней мере одна конфета. Когда дети сравнили, сколько кому досталось, оказалось, что нет двоих с равным числом конфет. Какое наибольшее количество детей могли получить конфеты?

Решения.

1. Наилучший способ оплаты такой: 11111181111118111111. Далее, сколько бы ни заплатил путешественник из оставшихся денег, хозяин в любом случае откажет ему в ночлеге.
2. 4+4-4-4=0; 4-4+4:4=1; 4:4+4:4=2; (4+4+4):4=3; (4-4)·4+4=4; (4·4+4):4=5; (4+4):4+4=6;4+4-4:4=7; 4+4+4-4=8; 4+4+4:4=9 *.*
3. Мамин возраст в 2015 году на 6 лет меньше папиного возраста в 2016 году. Значит, папа старше мамы на 5 лет.
4. Детей не может быть больше 14, так как сумма 15 самых маленьких натуральных чисел 1+2+3+…+15=120. Для 14 детей пример построить легко: 1+2+3+…+13+24.

6 класс

1. Две машины — черная и белая — выехали из пункта А в пункт Б по одной и той же дороге, стартовав и финишировав одновременно. При этом черная машина ни разу не обгоняла белую. Могло ли быть так, что не менее 80% времени черная машина ехала быстрее белой?
2. Вася Пупкин посчитал, сколько чисел от 1 до миллиарда обладает свойством: все цифры этого числа нечётные, а у следующего за ним числа все цифры чётные. А Федя Колышкин посчитал числа от 1 до миллиарда, у которых все цифры чётные, а у следующего за ними числа все цифры нечётные. Кто насчитал больше чисел – Вася или Федя и во сколько раз?
3. Мальвина задала Буратино задачу: записать по кругу несколько чисел (не обязательно натуральных) так, чтобы среди них не было одинаковых, и чтобы каждое число равнялось произведению двух своих соседей. Буратино утверждает, что эта задача не имеет решения. Прав ли Буратино?
4. Восемь вершин куба пронумеровали числами от 1 до 8. Для каждой грани вычислили суммы чисел в её вершинах. Оказалось, что все суммы равны. Чему равны эти суммы?

Решения.

1. Если черная машина в течение 5 часов ехала со скоростью 10 км/час, а белая машина первый час ехала со скоростью 30 км/час, а затем 4 часа ехала со скоростью 5 км/час, то белая машина все время была впереди, и лишь в пункте В черная ее догнала. При этом 80% времени черная машина ехала быстрее белой.
2. Федя насчитал 4 числа: 2, 4, 6 и 8. Остальные числа не подходят, так как если у числа последняя цифра четная, то прибавление единицы не меняет остальных цифр этого числа, поэтому Феде подошли только однозначные числа. Васе подошли числа 1, 3, 5, 7, 19, 39, 59, 79, 199, 399, 599, 799, … То есть Васе подошли 4 однозначных числа, 4 двузначных, 4 трехзначных и так далее - всего 36 чисел. Таким образом Васиных чисел в 9 раз больше.
3. Поставим по часовой стрелке 6 чисел: 6, 3, , , , 2 . Нетрудно проверить, что эти числа удовлетворяют условию задачи.
4. Сложим все суммы со всех граней. При этом каждое число от 1 до 8 будет использовано 3 раза. Поэтому сумма всех сумм равна 3·(1+2+3+4+5+6+7+8)= 108. Но так как граней всего 6 и суммы на них одинаковые, то сумма чисел на каждой грани равна 108:6=18.