

**КОММЕНТАРИИ**

к открытому банку заданий  
для формирования функциональной грамотности

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**8 класс**

**ЧАСТЬ 1**

### Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).

Успешность выполнения этих двух заданий существенно зависит не только от предметных знаний учащихся, но и от владения стратегиями смыслового чтения, то есть метапредметных умений. К ним также следует отнести и такие виды деятельности, как:

- удержание в процессе решения задачи всех условий, необходимых для ее решения, контроль соблюдения ограничений при нахождении решения и интерпретация полученного результата;
- работа с информацией, представленной в различной форме (текст, таблица).

Кроме того, успешность зависит и от сформированности познавательных универсальных учебных действий логического и алгоритмического характера и общих приемов решения задач.

Оба задания ситуации относятся к области содержания «Количество», этот материал чаще всего изучается в 5-х – 6-х классах: выполнять вычисления с натуральными числами, сравнивать натуральные числа (задание 2), интерпретировать полученную в результате вычислений десятичную дробь, сравнивать ее с натуральным числом (задание 1). Из прочих умений используются: читать и интерпретировать данные таблицы; составлять высказывания, излагать решение в письменной форме.

Когнитивная деятельность характеризуется применением навыков выполнения алгоритмических предписаний (задание 1) и использования рассуждений для построения требуемого примера (задание 2).

Первое задание относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. представлена конкретная, четко заданная ситуация, в задании два источника информации (вставку в рамке, содержащую информацию нормативного характера с алгоритмом подсчета, можно считать отдельным источником), информация двух видов – текстовая и числовая, часть из которой представлена в таблице. Для ответа на вопрос надо следовать четко

описанному алгоритму, взяв конкретную информацию из таблицы и из текста вне таблицы, и записать решение, отражающее выполнение этих шагов алгоритма.

Второе задание относится к заданиям **повышенного уровня** математической грамотности, т.к. ученику необходимо самостоятельно сконструировать пример, построенный на отрицании описанной ситуации (привести пример, при каких доходах семья НЕ будет иметь право на льготу). При этом требуется продемонстрировать четкое понимание ограничений ситуации, сохранить ее реалистичность, проявить числовую интуицию.

### **Комплексное задание «Пропорции лица» (2 задания).**

Комплексное задание «Пропорции лица» формулируется вне предметной математической области, оно описывает реальную ситуацию, типичную для людей, которым необходимо приобрести очки для зрения.

При выполнении двух заданий учащимся нужно уметь:

- выбирать необходимую информацию из текста и применять ее в заданной ситуации;
- распознавать фигуры, обладающие осевой симметрией;
- находить высоту в равностороннем треугольнике, зная длины его сторон;
- оценивать полученный результат.

Вводный текст к заданиям включает информацию двух видов: *текстовую* и *графическую*.

Текстовая часть необходима для понимания понятия, которое важно для рассматриваемой ситуации (знать особенности симметричных пропорций лица). Графическая часть содержит информацию для выполнения двух заданий.

В задании 1 от ученика требуется вычислить длину межзрачкового расстояния, полученную в результате сложения двух одинаковых значений ширины человеческого глаза.

В задании 2 необходимо вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы (нахождение высоты равностороннего треугольника). Для этого учащемуся нужно применить теорему Пифагора (нахождение длины катета в прямоугольном треугольнике), а также использовать метод оценки при извлечении квадратного корня из числа.

Анализ неверных ответов учащихся показывает, что:

- они плохо распознают фигуры, обладающие осевой симметрией;
- большинство восьмиклассников забывают перевести расстояние из одной единицы измерения в другую (из сантиметров в миллиметры);
- очень многие допускают ошибки при вычислении высоты в равностороннем треугольнике;
- не все видят необходимость применения теоремы Пифагора при нахождении длины катета в прямоугольном треугольнике;
- плохо используют метод оценки при извлечении квадратного корня из числа.

**Задание 1** выявляет учащихся, математическая грамотность которых отвечает **низкому уровню**: эти школьники могут работать с элементарными ситуациями («считывать» информацию из текста и рисунков), применять простые модели и стандартные методы решения (применять понятие осевой симметрии для решения математически сформулированной проблемы – вычисление межзрачкового расстояния), делать прямые выводы (идеальное расстояние между внутренними углами глаз равно одной ширине глаза).

**Задание 2** соответствует подготовке учащихся с **повышенным уровнем** математической грамотности: учащемуся задана комплексная конкретная

ситуация (вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы). При выполнении задания ученик должен:

- выполнить работу с четко определенной готовой моделью (равносторонний треугольник, полученный при соединении точек внешних углов глаз и точки середины края нижней губы человека);
- выбрать информацию из различных источников (вводная часть, рисунки, заданные критерии по расположению глаз и губ на эскизе лица в условии задания), связать между собой информацию, представленную в нескольких различных формах;
- выполнить ряд действий: вычислить длину стороны равностороннего треугольника – это расстояние между внешними углами глаз (10,5 см); найти середину стороны этого треугольника – определить, чему равно расстояние от внешнего угла глаза до середины линии, соединяющей точки внешних углов глаз (5,25 см); вычислить высоту равностороннего треугольника как длину катета прямоугольного треугольника – вычислить расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы:

$$(\sqrt{10,5^2 - 5,25^2} = \sqrt{5,25 \cdot 15,75} = \sqrt{82,6875});$$

- оценить различные соответствующие заданной модели стратегии решения (использовать метод оценки при извлечении квадратного корня из числа 82,6875 или его округленных значений, например, 83 или 82,7).

Для выполнения данного задания учащийся должен обладать способностью формулировать свои выводы, опираясь на выполненные действия (выбрать подходящий числовой промежуток, в котором находится значение вычисленного расстояния  $\sqrt{82,6875}$ , то есть  $9 < \sqrt{82,6875} < 10$ ).

Работа с данной ситуацией может быть продолжена: учащиеся, которые знают свое межзрачковое расстояние, могут провести вычисления для этого значения и проверить, насколько пропорции их лица отвечают классическим.

### Комплексное задание «Кресельные подъемники» (2 задания).

Комплексное задание «Кресельные подъемники» описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть при использовании различных типов горнолыжных подъемников, предназначенных для подъема горнолыжников и сноубордистов вверх по склону горы к месту начала спуска.

Вводный текст к заданиям состоит из двух частей: текстовой и табличной.

Текстовая часть необходима для понимания основной темы и понятий, которые важны для данной ситуации (знать назначение и описание двух типов кресельных подъемников). Таблица содержит информацию для выполнения двух заданий: для успешного выполнения заданий учащимся необходимо уметь читать и интерпретировать данные, представленные в таблице.

В задании 1 два вопроса. Сначала ученику требуется определить, во сколько раз скорость спуска ребят больше скорости подъемника (она зависит от типа подъемника), а затем определить наибольшее число раз, когда ребята смогут воспользоваться подъемником в заданном промежутке времени. Для ответа на данные вопросы необходимо использовать табличные данные (время подъема до места начала спуска соответствующего подъемника) и данные из условия задания (время спуска ребят с горы).

В задании 2 требуется определить, верным или неверным является каждое из представленных утверждений.

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. учащимся предлагается ситуация на прямые вычисления:

- 1) в одно действие: деление времени подъема 4-местного кресельного подъемника до места начала спуска на время спуска ребят на лыжах с горы;
- 2) в три действия:
  - определение количества часов катания ребят (3 ч), учитывая заданные в условии временные рамки;
  - перевод из одних единиц измерения в другие (3 ч = 180 мин);

- деление найденного общего времени катания ребят на общее время подъема и спуска.

При вычислениях выполняются действия с целыми числами.

Задание 2 сложнее первого, оно соответствует подготовке учащихся с **высоким уровнем** математической грамотности. Здесь учащимся необходимо:

- воспользоваться информацией, полученной на основе анализа схемы движения кресельного подъемника;
- связать информацию из нескольких источников, представленную в различной форме (текстовые данные, структурированные данные в виде таблицы, схема движения кресельного подъемника), преобразовать ее.

Для выполнения данного задания учащимся необходимо разработать стратегию решения проблемы, что возможно только на основе хорошо сформированного математического мышления и умения проводить рассуждения, понять закономерность и дать интерпретацию предложенных утверждений.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена с заменой следующих данных:

- длины имеющейся трассы;
- времени подъема до места начала спуска подъемника;
- графика работы подъемника;
- вместимости одного кресла подъемника;
- времени спуска ребят с горы на лыжах;
- количества кресел подъемника.

Также можно предложить учащимся построить график движения ребят, например, в течение получаса.

Можно добавить новые вопросы и ситуации, например, при которых Анна и Сергей катаются порознь. Например, когда внизу Сергей сел

в кресло № 1, наверху Анна вышла из кресла № 11. В тот момент, когда кресло Сергея поравнялось с креслом Анны, он заметил, что она оставила свою перчатку. Что произошло раньше: Сергей увидел забытую перчатку или Анна спустилась вниз? К составлению вопросов полезно привлечь учащихся.

### **Комплексное задание «Как быстро растёт факториал?» (2 задания).**

Комплексное задание относится к научному контексту и имеет научный познавательный интерес. С математической точки зрения в задании рассматривается пример нелинейного роста. В этом смысле задание соответствует одному из новых направлений в исследовании PISA-2021: явления роста. Кроме того, оно полезно и интересно тем, что здесь связываются понятия, которые рассматриваются в разных разделах курса математики: в комбинаторике и в алгебре.

При выполнении задания можно воспользоваться калькулятором или реализовать его выполнение с использованием электронной таблицы. Основа выполнения задания – верное заполнение таблицы, работа с которой и послужит ответу на поставленные вопросы. Здесь проверяются простейшие исследовательские навыки: умение создать базу для анализа, подметить закономерность, провести сравнение и интерпретацию результата, в том числе, выразив его в реальных величинах.

Особенность задания – работа с большими числами, что требует аккуратности и чувства числа.

Первое задание относится к **среднему уровню** математической грамотности, т.к. с одной стороны, каждое выполняемое действие является стандартной операцией с натуральными числами и относится к базовым умениям, вся работа сосредоточена в таблице, с другой стороны, имеется достаточно высокая степень формализации (формальные записи, сравнение двух нелинейных зависимостей:  $n^2$  и  $n!$ ).



Второе задание относится также к **среднему уровню** математической грамотности, поскольку требуется перевод единиц времени и выполнение арифметических действий с большими числами.

**Комплексное задание «Первая линия московского метро»  
(2 задания).**

Комплексное задание «Первая линия московского метро» можно отнести к информационно-познавательным, оно имеет историческую направленность, в нем представлены технические характеристики станций Сокольнической линии московского метрополитена. Кроме того, используя информацию о глубине заложения станций, можно ориентировочно рассчитать время передвижения по эскалаторам.

Задание формулируется вне предметной математической области. В задании есть текстовая часть – фабульная, вводящая в ситуацию, необходимая для понимания основной темы и понятий, которые важны для данной ситуации (эта информация при выполнении заданий непосредственно не используются), и табличная часть, содержащая информацию, которая и потребуется для выполнения двух заданий.

Оба вопроса относятся к одной области содержания – *неопределенность и данные* (раздел содержания курса математики – описательная статистика), к одному контексту – *общественная жизнь* (объект – один из видов городского транспорта), к одному виду когнитивной деятельности – *применять* (математические понятия и навыки из раздела, связанного с описательной статистикой – находить средние характеристики и строить диаграмму).

В первом задании учащимся необходимо использовать данные, представленные в таблице, для подсчета статистических характеристик этого набора: среднего арифметического, медианы и моды. При этом необходимо выполнить стандартные процедуры: применить правила вычисления среднего

арифметического и нахождения медианы набора данных; выполнить вычисления с рациональными числами; упорядочить числовые данные и сравнить число повторений.

Во втором задании необходимо выбрать информацию о четырех станциях из таблицы и построить точки по заданным координатам (номер станции и глубина ее заложения). В случае использования компьютера это осуществляется с помощью перемещения точки на экране с помощью мыши.

Первое задание относится к **низкому уровню** математической грамотности, т.к. учащимся предлагается задание на прямое применение стандартных методов на основе информации из единственного источника, представленной в единственной форме. При вычислениях выполняются действия с рациональными числами.

Второе задание относится к **недостаточному уровню** математической грамотности, т.к. в этом задании четко определена ситуация, в которой, следуя прямым указаниям, требуется выполнить простейшую стандартную процедуру построения точечной диаграммы. В условии имеются целые числа, но вычисления выполнять не требуется.

### **Комплексное задание «Уход за лошадьми» (2 задания).**

Текстовая часть комплексного задания состоит из двух фрагментов, содержащих избыточный объем информации, а также информацию справочного характера о переводе величин. Для выполнения заданий требуется отобрать необходимую информацию, что зависит и от выбранного учащимся пути решения.

В первом задании есть два пути решения: 1) взять годовой запас овса и разделить на 365 дней в году и 3 приема пищи за один день; 2) взять норму одного приема пищи лошади и умножить на долю овса в рационе лошади, которую можно вычислить, используя состав годовой нормы. В любом случае

необходимо выполнять действия сначала с натуральными числами, результат будет выражаться десятичной дробью. При выборе любого из путей решения необходимо переводить центнеры в килограммы и округлять до заданного разряда (до десятых). Вид деятельности – применять.

Второе задание схоже по выполняемым действиям, но путь решения менее очевиден, задачу надо сформулировать, начав решение с вычисления суммы норм, приходящихся на группу лошадей. Информация, необходимая для ответа на вопрос, содержится и во вводной части комплексного задания, и в тексте второго задания. Особенность задания заключается также в необходимости округлять результат по смыслу ситуации – в большую сторону.

Исходя из этих особенностей первое задание отнесено к **низкому уровню** математической грамотности, второе задание – к **высокому уровню**.

### **Комплексное задание «Доставка обеда» (2 задания)**

Комплексное задание «Доставка обеда» описывает реальную жизненную ситуацию, которая хорошо знакома ученику и понятна ему. В задании есть текстовая часть, вводящая в ситуацию, необходимая для понимания условий, которые важны для данной ситуации, и табличная часть, содержащая информацию, которая также потребуется для выполнения двух заданий.

Оба задания ситуации относятся к одной области содержания – *неопределенность и данные*, к одному контексту – *личная жизнь*, но к разным видам когнитивной деятельности – *формулировать* (задание 1) и *рассуждать* (задание 2).

Успешность выполнения этих двух заданий зависит от умения осуществлять реальные расчеты с извлечением данных из таблицы и текста, проводить вычисления с целыми числами (задание 1), использовать способ перебора вариантов с применением данных таблицы (задание 2).

Однако успешное выполнение данного комплексного задания существенно зависит не только от предметных знаний учащихся, но и от владения смысловым чтением, от умения удерживать все условия, необходимые для решения задачи, контролировать и соблюдать ограничения и интерпретировать полученный результат, работать с информацией, представленной в таблице.

Кроме того, успешность зависит и от сформированности познавательных универсальных учебных действий логического и алгоритмического характера и общих приемов решения задач.

Когнитивная деятельность характеризуется умением распознавать и определять возможности использования математики, принимать существующую ситуацию и преобразовывать ее в форму, которая может быть обработана математически, а также строить математическую модель, отображающую особенности описываемой ситуации (задание 1) и применением навыков использования рассуждений для построения требуемого примера (задание 2).

Задание 1 относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. представлена конкретная, четко заданная ситуация, в задании два источника информации – текст и таблица, информация двух видов – текстовая и числовая, часть из которой представлена в таблице. Задание содержит проблемную ситуацию: определить наименьшую сумму денег, которую необходимо заплатить за заказ из трех блюд с учетом доставки. Очевидно, что для ответа на вопрос ученик должен провести анализ данных таблицы и условий из текста вне таблицы, построить математическую модель, соответствующую описываемой ситуации. Также ученики должны свободно владеть изученными математическими понятиями (наименьшее значение), понимать, при каком условии сумма будет наименьшей.

Задание 2 относится к заданиям **повышенного уровня** математической грамотности. При всей конкретности ситуации и прочих равных с заданием 1

условий, ученику необходимо воспользоваться способом перебора возможных вариантов с использованием данных таблицы и учетом условий из текстовой части задания (от 990 рублей – доставка бесплатно; Иван хочет заказать себе обед, состоящий из горячего блюда, салата и десерта).

### **Комплексное задание «Кулинарный колледж» (2 задания)**

В условии комплексного задания «Кулинарный колледж» предложен сюжет из реальной жизни: изучение технологии приготовления пшенной каши в кулинарном колледже.

Для выполнения двух заданий учащимся необходимо уметь работать с отношениями пропорциональных величин, находить процент от числа и выполнять реальные расчеты с рациональными числами.

Процент – математическое понятие, которое часто встречается в повседневной жизни. Прикладное значение данной темы велико, т.к. затрагивает научную, экологическую, финансовую, демографическую, социологическую и другие стороны жизни в современном мире, поэтому понимание процентов и умение выполнять процентные вычисления необходимо каждому человеку в практической деятельности.

В задании 1 от ученика требуется определить количество порций готового блюда, которое можно приготовить из указанного количества продукта, используя заданные в условии задания отношения пропорциональных величин. Для получения ответа на вопрос ученику необходимо выполнить арифметические действия: умножение и деление целых чисел.

В задании 2, зная процентное соотношение компонентов в 1 кг готовой каши, требуется вычислить количество воды и молока в литрах, необходимое для приготовления заданного количества готовой каши. Для выполнения задания ученику нужно выполнить процентные расчеты.

**Задание 1** относится к заданиям **низкого уровня**, поскольку в имеющейся ситуации все основные факторы представлены простейшими действиями:

- задана масса готовой каши, которое приходится на 1 порцию,
- задана масса готового блюда, получающегося из 1 кг крупы.

Чтобы определить количество порций каши, которое можно приготовить из предложенных компонентов, необходимо выполнить два арифметических действия:

- умножение двух целых чисел для вычисления количества готовой каши, которое получается из заданного количества пшена,
- деление целых чисел (один из способов решения задач при помощи пропорции).

**Задание 2** также относится к заданиям **низкого уровня** математической грамотности, т.к. учащимся необходимо:

- извлечь информацию из единственного источника (условия задания) и использовать информацию, представленную в единственной форме (текст);
- выполнить действия умножения с рациональными числами, используя изученное правило нахождения процента от числа.

Работа с ситуацией может быть продолжена учащимися и проведена с заменых различных параметров:

- масса порции готового блюда;
- количества необходимой жидкости на 1 кг готовой каши;
- соотношения количества воды и молока;
- крупы или названия приготавливаемого блюда, описав его технологию приготовления аналогичным способом.

**ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ**  
для формирования функциональной грамотности

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**8 класс**

**ЧАСТЬ 1**

Комплексное задание «Пособие на ребёнка» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

**Пособие на ребёнка**

Семья имеет право получать от государства ежемесячное пособие на ребёнка в возрасте до трёх лет, если подходит под установленный критерий:

Если сложить все доходы семьи за последние 12 месяцев и разделить их на количество членов этой семьи (родителей и несовершеннолетних детей), а затем найденный средний среднедушевой доход разделить на 12, то на одного человека должно получиться меньше двух прожиточных минимумов, установленных в субъекте Российской Федерации для трудоспособного населения.

Семья Ивановых состоит из четырех человек (мама, папа и двое детей). Одному из детей ещё не исполнилось трёх лет, и семья хочет получать на него ежемесячное пособие.



[https://aprlnr.su/uploads/posts/2019-06/1560950481\\_foto-semi.jpg](https://aprlnr.su/uploads/posts/2019-06/1560950481_foto-semi.jpg)

Доходы родителей за последние 12 месяцев указаны в таблице:

Член семьи	Доход за последние 12 месяцев, руб.
Мама – Иванова Мария Петровна	347 040
Папа – Иванов Сергей Андреевич	429 000

В субъекте Российской Федерации, где проживают Ивановы, размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11 054 рубля.



1. Имеет ли право семья Ивановых получать ежемесячное пособие на ребёнка?

- Да  
 Нет

Обоснование: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

---

2. Приведите пример ежемесячного заработка Марии Петровны и Сергея Андреевича, при котором семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Ежемесячный заработок Ивановой Марии Петровны \_\_\_\_\_ руб.

Ежемесячный заработок Иванова Сергея Андреевича \_\_\_\_\_ руб.

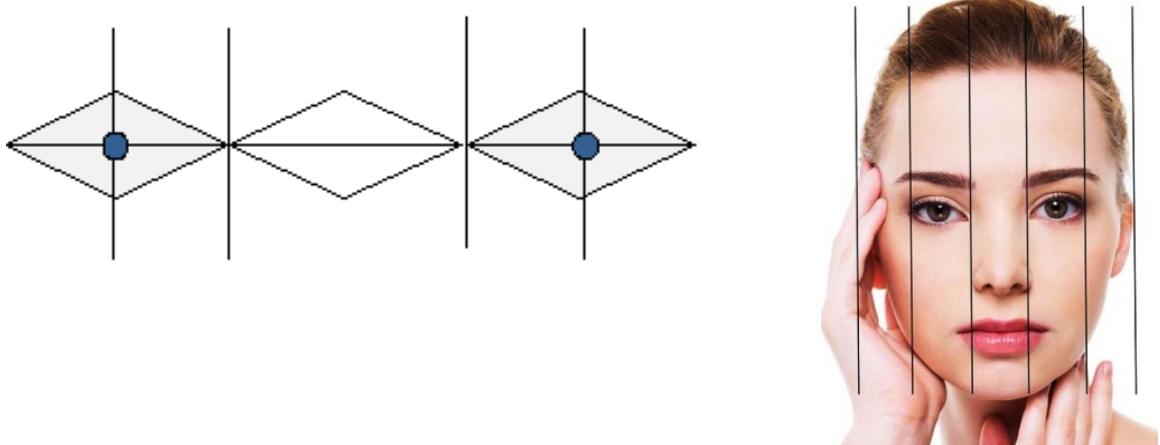
Обоснование: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Комплексное задание «Пропорции лица» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Пропорции лица

У большинства взрослых людей с правильными (симметричными) пропорциями лица промежуток между глазами, считая между их внутренними углами, равен ширине глаза, т.е.  $3\frac{1}{2}$  см.



**1. Межзрачковое расстояние PD**– это расстояние между зрачками глаз (серединами глаз), измеряемое от центра одного зрачка до центра другого зрачка в миллиметрах.

Данное расстояние важно при изготовлении очков по рецепту, который выписывает врач.



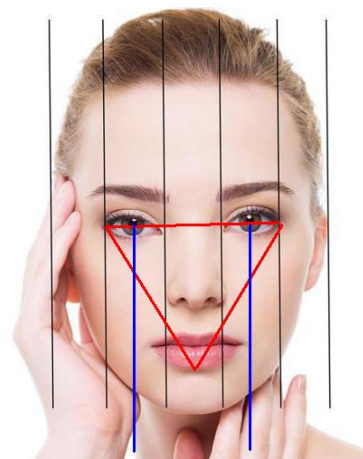
Вычислите межзрачковое расстояние PD, которое встречается у большинства взрослых людей с правильными пропорциями лица.

Ответ: \_\_\_\_\_ мм

2. В художественной школе учащимся дали задание нарисовать эскиз лица с правильными пропорциями.

Преподаватель дал подсказку по расположению глаз и губ на эскизе лица: «Если соединить линиями точки внешних углов глаз и точку середины края нижней губы, получится равносторонний треугольник».

Вычислите расстояние от линии глаз до точки середины края нижней губы, если на эскизе расстояние между внутренними углами глаз равно  $3\frac{1}{2}$  см.



*Выберите числовой промежуток, в котором находится значение данного расстояния, и приведите соответствующее обоснование.*

- (7; 8)
- (8; 9)
- (9; 10)
- (10; 11)

*Обоснование:* \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

*Комплексное задание «Кресельные подъемники» (2 задания).*

**Прочитайте текст и выполните задания 1-2.**

**Кресельные подъемники**

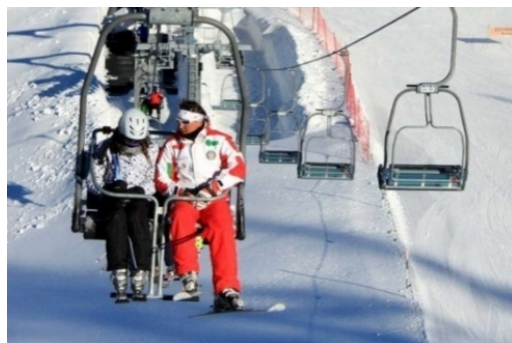
Для подъёма горнолыжников и сноубордистов к месту начала спуска используют различные типы горнолыжных подъемников: гондольные, кресельные и бугельные.

Кресельные подъемники оснащены креслами вместимостью на 2, 4 или 6 человек. В таблице ниже представлено описание двух кресельных подъемников.

<i>Длина трассы, м</i>	<i>Время подъёма до места начала спуска, мин</i>	<i>График работы подъемника</i>	<i>Вместимость одного кресла, чел.</i>
784	8	7:00 – 16:00	4
800	20	7:00 – 16:00	2



*Кресельный подъемник  
на 4 человека*



*Кресельный подъемник  
на 2 человека*

1. Анна и Сергей во время катания на лыжах используют при подъёме на гору 4-местный кресельный подъёмник, представленный в таблице. Спуск с горы на лыжах занимает у них 2 минуты.

А) Во сколько раз скорость спуска Анны и Сергея больше скорости подъёмника?

Ответ: \_\_\_\_\_

Б) Анна и Сергей начали кататься в 13:00, а в 16:30 должны сдать лыжное снаряжение в пункт проката. Если учесть только время подъёма и время спуска, то какое наибольшее число раз ребята смогут воспользоваться подъёмником?

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Катаясь на сноуборде, Виктор пользуется для подъёма на гору 2-местным кресельным подъёмником, описание которого представлено в таблице выше.

Все кресла подъёмника пронумерованы по порядку числами от 1 до 20. От места подъёма к месту спуска кресла подъёмника движутся по часовой стрелке. В начале подъёма Виктор сел в кресло № 4.

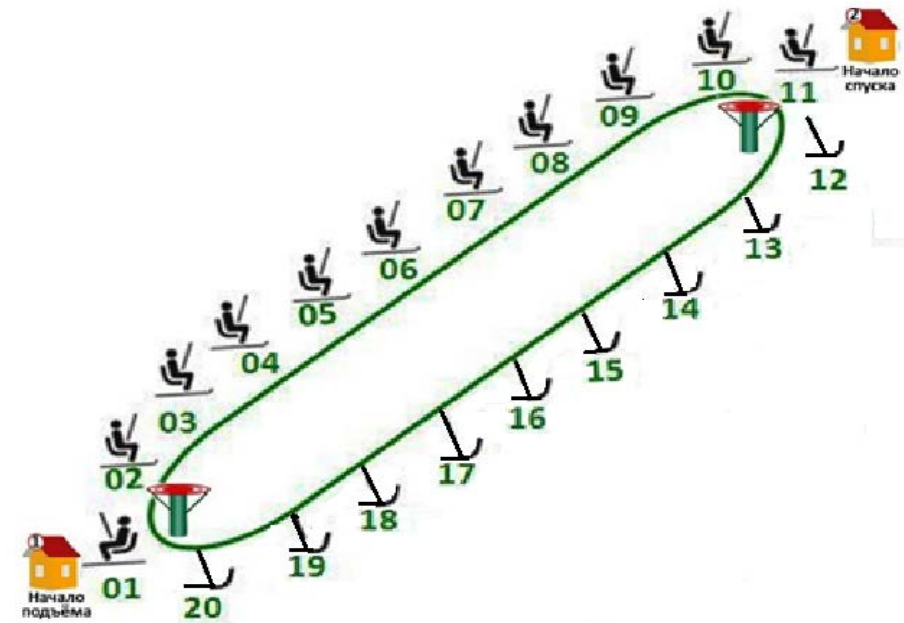


Рис. Схема движения кресельного подъёмника

Для каждого утверждения в таблице отметьте, верное оно или неверное.

Утверждение	Верно	Неверно
Расстояние между креслами подъёмника равно 40 м.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Если кресло № 4 поднимется вверх по трассе на 320 м от начала подъёма, то напротив него будет кресло № 16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Кресло № 4 окажется напротив кресла № 10 через 12 мин от начала подъёма.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
На схеме движения подъёмника отображено расположение кабинки № 4 после 8 минут от начала движения с места посадки в кабинку.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Комплексное задание «Как быстро растёт факториал?» (2 задания).

**Прочитайте текст и выполните задания 1-2.**

### Как быстро растёт факториал?

Десятиклассник Антон интересуется математикой. Ему нравится всё, что связано с числами. Но он столкнулся с тем, что не все любят большие числа и понимают «как они устроены».

Младший брат Антона, Тимофей, рассказал ему, что на последнем уроке математики они изучали факториал. Он понял, что факториал натурального числа  $n$  представляет собой произведение всех натуральных чисел от 1 до  $n$ :

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n.$$

Тимофей попросил брата помочь ему разобраться с тем, почему учитель сказал, что факториал растёт очень быстро.

1. Антон предложил брату сравнить рост факториала с ростом квадратичной функции. Помогите ребятам заполнить таблицу и ответить на вопросы.

$n$	$n^2$	$n!$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

А)  $5! =$  \_\_\_\_\_;  $5^2 =$  \_\_\_\_\_;

Ответ: \_\_\_\_\_

Б) Какая из функций растёт быстрее:  $n^2$  или  $n!$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

В) При каком наименьшем значении  $n!$  значение  $n!$  больше одного миллиона?

Ответ: \_\_\_\_\_

Г) Какое значение  $n^2$  соответствует этому  $n!$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_



2. Антон задал брату вопрос:  $10!$  секунд – много это или мало?

Чтобы ответить на этот вопрос, он предложил Тимофею выразить данное время в часах.

*Дайте ответ и приведите соответствующее решение.*

Ответ:  $10!$  секунд – это \_\_\_\_\_ часов.

Решение: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Комплексное задание «Уход за лошадьми» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Уход за лошадьми

Мария работает на конноспортивной базе и ухаживает за группой из восьми лошадей. Их клички – Хан, Бремен, Анкор, Пегас, Лувр, Клевер, Сюрприз и Буцефал.



**Нормы годового запаса кормов на одну лошадь**

сено – 28 ц  
корнеплоды – 7 ц  
овёс – 26 ц

*Примечание.*  
*1 ц = 100 кг.*

*При расчётах считается, что в году 365 дней.*

Основная обязанность Марии – кормление животных.

Норма одного приёма пищи взрослой лошади – 5,6 кг, в день у лошади 3 таких приёма пищи.

1. Сколько килограммов овса необходимо лошади в среднем на один приём пищи?

*Запишите ответ и приведите один из вариантов решения. Округлите ответ до десятых.*

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Мария знает, что за один приём пищи каждая из лошадей съедает: Хан, Брекен и Анкор – 1 норму, Пегас, Сюрприз, Буцефал и Клевер – 0,5 нормы, Лувр – 1,5 нормы.

Эту группу лошадей перевозят на загородную тренировочную базу. Для них требуется заранее закупить корм на неделю. Необходимо определить, сколько всего килограммов корма необходимо лошадям этой группы на неделю. Заказ должен быть выражен в килограммах и записан целым числом.

*Запишите ответ и приведите соответствующее решение.*

Заказ: \_\_\_\_\_ кг

Решение: \_\_\_\_\_

---

Комплексное задание «Первая линия московского метро» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

**Первая линия московского метро**

На начало 2020 года в московском метрополитене насчитывалось 14 линий, на которых были расположены 228 станций. Большинство станций расположены под землёй, 10 находятся на поверхности, 5 – на мостах и эстакадах.



В таблице даны глубины заложения станций на части самой первой линии московского метро – Сокольнической. Знак «минус» означает, что станция расположена под землей, знак «плюс» – над поверхностью земли.

№	Название станции	Глубина заложения, м
1	Улица Подбельского	-8
2	Черкизовская	-9
3	Преображенская площадь	-8
4	Сокольники	-9
5	Красносельская	-8
6	Комсомольская	-8
7	Красные ворота	-31
8	Чистые пруды	-35
9	Лубянка	-33
10	Охотный ряд	-15
11	Библиотека имени Ленина	-12
12	Кропоткинская	-13
13	Парк культуры	-11
14	Фрунзенская	-42
15	Спортивная	-42
16	Воробьёвы горы	+10
17	Университет	-27
18	Проспект Вернадского	-8
19	Юго-Западная	-8

1. Для электронной презентации доклада о Сокольнической линии московского метро Антону необходимо представить статистическую информацию о глубине заложения станций на этой линии до её продления в 2016 году.

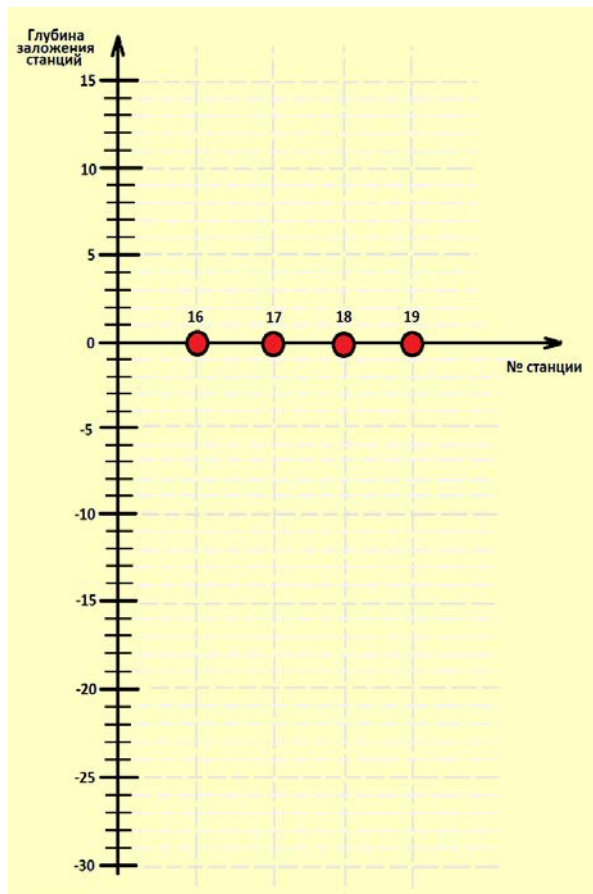
*Найдите следующие средние характеристики (округляйте до целого):*

среднее арифметическое: \_\_\_\_\_

медиана: \_\_\_\_\_

мода: \_\_\_\_\_

2. Постройте диаграмму глубины заложения четырёх станций Сокольнической линии московского метро – от станции «Воробьёвы горы» до станции «Юго-Западная».



Комплексное задание «Доставка обеда» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.













Доставка обеда

В ресторане японской кухни действуют следующие условия доставки:

стоимость доставки заказов до 990 рублей – 149 рублей;

от 990 рублей – доставка бесплатно.

Иван хочет заказать себе обед, состоящий из горячего блюда, салата и десерта. Цены представлены в таблице.

Горячие блюда		Салаты		Десерты	
Название блюда	Цена, руб.	Название блюда	Цена, руб.	Название блюда	Цена, руб.
Лапша с говядиной 	340	Японский салат 	325	Ореховый торт 	290
Гречка с курицей 	360	Летний салат 	250	Фруктовый кекс 	320
Острая курица 	325	Цезарь 	350	Сладкие роллы 	265
Котлеты с соусом 	390	Полезный салат 	295	Чизкейк 	310

1. Какую наименьшую сумму денег Иван заплатит за заказ из трёх блюд с учётом доставки?

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Какой набор блюд может заказать Иван, если он хочет потратить как можно меньшую сумму денег, но при этом получить бесплатную доставку?

Найдите все возможные варианты.

Номер варианта	Горячее блюдо	Салат	Десерт
1			
2			
3			

Комплексное задание «Кулинарный колледж» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Кулинарный колледж



Наташа и Оля учатся в кулинарном колледже. Они изучают технологии приготовления различных блюд.

На занятиях по теме «Каша и блюда из круп» при вычислении массы готового продукта учащиеся считают, что:

- 1 порция – это 200 граммов готовой каши;
- из 1 кг пшённой крупы получается 4 кг готовой каши;
- для приготовления 1 кг готовой каши пшённой необходимо 0,8 л жидкости, из которой 40 % составляет вода и 60 % молоко.

1. На практическом занятии Наташа и Оля получили задание определить количество порций каши пшённой, которое можно приготовить из 3 кг пшена.

Сделайте расчёты и приведите ответ.

Ответ: \_\_\_\_\_ порций

2. Наташа и Оля должны рассчитать, сколько литров воды и сколько литров молока необходимо для приготовления 1 кг каши пшённой.

Сделайте расчёты и приведите ответ.

Ответ: \_\_\_\_\_ л воды

\_\_\_\_\_ л молока



ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ  
для формирования  
функциональной грамотности

**Математическая грамотность, 8 класс**

СПИСОК ЗАДАНИЙ

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/ вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
<b>ЧАСТЬ 1</b>			
1)	Пособие на ребенка	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
2)	Пропорции лица	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
3)	Кресельные подъемники	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
4)	Как быстро растет факториал?	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
5)	Уход за лошадьми	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
6)	Первая линия московского метро	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
7)	Доставка обеда	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
8)	Кулинарный колледж	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
<b>ЧАСТЬ 2</b>			
9)	Аренда автомобиля	2	Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 2: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 2. Под редакцией Г.С. Ковалёвой, Л.О. Рословой. – М.; СПб.: Просвещение, 2020.
10)	Устройства для хранения информации	2	Там же
11)	Колодец	2	Там же

Разработчики заданий: Л.О. Рослова, Е.С. Квитко, И.И. Карамова, Л.О. Денищева.  
Тестолог: К.П. Вергелес.

**ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**8 класс**

**ЧАСТЬ 1**

**Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).**

**Пособие на ребенка. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
2	Дан ответ: «Да». Приведено верное обоснование. <i>Возможное обоснование:</i> 1) $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$ (руб.); 2) $11054 \cdot 2 = 22\,108$ (руб.); $16\,167,5 < 22\,108$ .
1	Дан ответ: «Нет». Приведено обоснование, где сравниваются числа 16 167,5 и 11054 (не все условия выполнены – сравнивают с одним прожиточном минимумом, а не с двумя). $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$ (руб.); $16\,167,5 > 11\,054$
0	Другие ответы.

**Пособие на ребенка. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста);
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
2	Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков составляет не менее 88432 рублей. Приведено обоснование, в котором общая сумма заработков сравнивается с 88432 руб.
1	Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков не менее 88432 рублей. Однако не приведено обоснование ответа, либо нет сравнения с числом 88432.
0	Другие ответы.

**Комплексное задание «Пропорции лица» (2 задания).**

**Пропорции лица. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с кратким ответом
- Объект оценки: Распознавание фигуры, обладающие осевой симметрией; осознание роли оси симметрии в положении и форме фигуры

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 70.
0	Другие ответы.



**Комплексное задание «Кресельные подъёмники» (2 задания).**

**Кресельные подъёмники. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Чтение и интерпретация данных, представленных в таблице

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
2	Даны два верных ответа: А) в 4 раза; Б) 18 раз.
1	Дан верный ответ на один из вопросов, на другой дан неверно или ответ отсутствует.
0	Другие ответы.

**Кресельные подъёмники. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: Задание с множественным выбором
- Объект оценки: Интерпретация данных, представленных в таблице и на схеме

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: Неверное, Верное, Неверное, Неверное.
1	Даны три верных ответа, четвертый ответ дан неверно или отсутствует.
0	Другие ответы.

**Комплексное задание «Как быстро растет факториал?» (2 задания).**

**Как быстро растет факториал? Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Научная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Понимание характера роста функции

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия																																	
2	Верно заполнена таблица, все три ответа даны верно. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>n</math></th> <th><math>n^2</math></th> <th><math>n!</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>9</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>16</td><td>24</td></tr> <tr><td>5</td><td>25</td><td>120</td></tr> <tr><td>6</td><td>36</td><td>720</td></tr> <tr><td>7</td><td>49</td><td>5040</td></tr> <tr><td>8</td><td>64</td><td>40320</td></tr> <tr><td>9</td><td>81</td><td>362880</td></tr> <tr><td>10</td><td>100</td><td>3628800</td></tr> </tbody> </table> <p>Верные ответы: А) <math>5! = 120</math>; <math>5^2 = 25</math>; Б) <math>n!</math>; В) 10 и 100.</p>	$n$	$n^2$	$n!$	1	1	1	2	4	2	3	9	6	4	16	24	5	25	120	6	36	720	7	49	5040	8	64	40320	9	81	362880	10	100	3628800
$n$	$n^2$	$n!$																																
1	1	1																																
2	4	2																																
3	9	6																																
4	16	24																																
5	25	120																																
6	36	720																																
7	49	5040																																
8	64	40320																																
9	81	362880																																
10	100	3628800																																
1	Верно заполнена таблица, дан верный ответ на вопрос Б, ответы на вопросы А и В даны не полностью, неверно или отсутствуют. ИЛИ: Таблица не заполнена, но ответы на все вопросы даны верно.																																	
0	Другие ответы.																																	

## Как быстро растёт факториал? Задание 2.

### Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Научная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Перевод величины из одной единицы измерения в другую.

### Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: 1008 часов. Приведено верное решение.</p> <p><i>Возможное решение:</i></p> $10! : (60 \cdot 60) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 / (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10) = 1 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 1008.$ <p>ИЛИ: взято значение 3628800 из таблицы и выполнены вычисления:</p> $3628800 : 3600 = 1008.$
1	Дан ответ: 1344 часов. ИЛИ: запись решения сделана верно, но допущена вычислительная ошибка.
0	Другие ответы.



**Комплексное задание «Уход за лошадьми» (2 задания).**

**Уход за лошадьми. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Выполнять вычисления с рациональными числами

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
1	<p>Дан верный ответ: 2,4 кг. Приведён один вариант подсчёта.</p> <p><i>Возможные варианты подсчёта:</i></p> <p><i>Вариант 1:</i> <math>2600 : 365 : 3 \approx 2,4</math> (кг)</p> <p><i>Вариант 2:</i> 1) <math>26 : (26 + 28 + 7) = 26 : 61 \approx 0,43</math>                      2) <math>5,6 \cdot 0,43 \approx 2,4</math></p> <p><i>Вариант 3:</i> 1) <math>26 : (26 + 28 + 7) = 26 : 61 \approx 0,43</math>                      2) <math>6100 : (365 \cdot 3) = 5,57</math> (ИЛИ: 2) <math>6100 : (365 \cdot 3) = 5,6</math>                      3) <math>5,57 \cdot 0,43 \approx 2,4</math> (кг) (ИЛИ: 3) <math>5,6 \cdot 0,43 \approx 2,4</math>)</p>
0	Другие ответы.

## Уход за лошадьми. Задание 2.

### Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Округление по смыслу

### Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: 765 кг. Приведено верное решение.</p> <p><i>Возможное решение:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>3 + 2 + 1,5 = 6,5</math> норм;</li> <li>2) <math>6,5 \cdot 5,6 = 36,4</math> (кг) – на один приём пищи;</li> <li>3) <math>36,4 \cdot 3 \cdot 7 \approx 764,4</math> (кг) – всего на неделю;</li> <li>4) Заказ – 765 кг, т.к. нельзя брать меньше, чем требуется по норме.</li> </ol> <p>Также принимается ответ 761 кг с возможным вариантом решения:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>6100 : (365 \cdot 3) = 5,57</math> (кг) – норма одного приёма пищи взрослой лошади</li> <li>2) <math>6,5 \cdot 5,57 = 36,205</math> (кг) – на один приём пищи;</li> <li>3) <math>36,205 \cdot 21 \approx 760,3</math> (кг) – всего на неделю.</li> </ol> <p>Заказать надо 761 кг, т.к. нельзя брать меньше, чем требуется лошади по норме.</p>
1	<p>Дан ответ: 764 или 760 (округление ответа до целого в меньшую сторону) или 756 (777) (округление 36,4 до целого в меньшую или большую стороны), при этом дано решение, показывающее, как получено данное значение.</p>
0	<p>Другие ответы.</p>

**Комплексное задание «Первая линия московского метро» (2 задания).**

**Первая линия московского метро. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Вычисление статистических средних заданного набора данных

**Система оценивания**

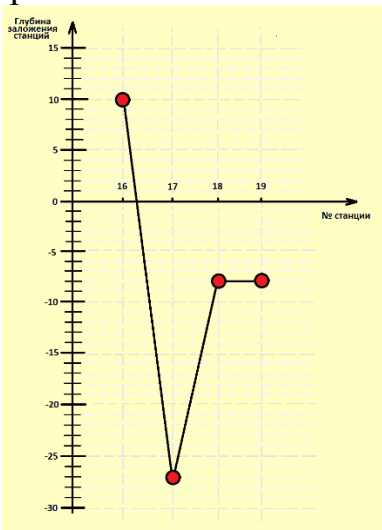
Код	Содержание критерия
2	Даны три верных ответа: <i>среднее арифметическое: -17; медиана: -11; мода: -8.</i>
1	Верно даны два из трёх ответов, один ответ дан неверно или отсутствует.
0	Другие ответы.

**Первая линия московского метро. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: Задание на построение
- Объект оценки: Построение диаграммы

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
1	Диаграмма построена верно. 
0	Другие ответы.

**Комплексное задание «Доставка обеда» (2 задания).**

**Доставка обеда. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с кратким ответом
- Объект оценки: Реальные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с натуральными числами

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 989 рублей. ( $325 + 250 + 265 + 149 = 989$ )
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Доставка обеда. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Неопределённость и данные
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Перебор вариантов с использованием данных таблицы, реальные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с целыми числами

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия				
2	Дан верный ответ: В таблицу занесены три варианта набора на наименьшую сумму в 995 рублей:				
		<b>Номер варианта</b>	<b>Горячее блюдо</b>	<b>Салат</b>	<b>Десерт</b>
		1	Котлеты с соусом	Полезный салат	Чизкейк
		2	Острая курица	Цезарь	Фруктовый кекс
3	Гречка с курицей	Японский салат	Чизкейк		
1	В таблицу занесён хотя бы один верный набор.				
0	Другие ответы.				

**Комплексное задание «Кулинарный колледж» (2 задания).**

**Кулинарный колледж. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Количество.
- Компетентностная область: Применять.
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с кратким ответом
- Объект оценки: Отношение пропорциональных величин, реальные расчёты

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 60 порций.
0	Другие ответы.

**Кулинарный колледж. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Количество.
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Задание с несколькими краткими ответами
- Объект оценки: Отношение пропорциональных величин, нахождение процента от числа, реальные расчёты

**Система оценивания**

Код	Содержание критерия
1	Даны верные ответы: 0,32 л воды и 0,48 л молока.
0	Другие ответы.

**ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ**  
для формирования функциональной грамотности

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**9 класс**

**ЧАСТЬ 1**

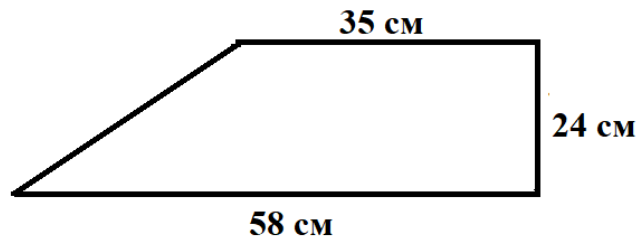
Комплексное задание «Полочка в шкафу» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

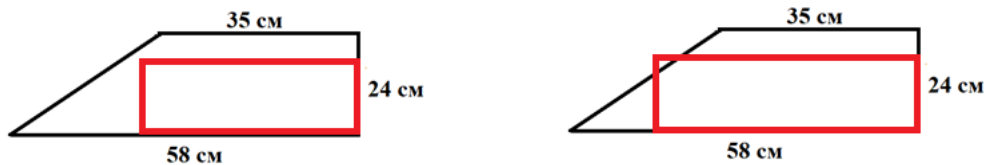
Полочка в шкафу

Чтобы сделать полку в шкафу, Юра ищет кусок фанеры подходящего размера. Полка должна иметь форму прямоугольника со сторонами 22 см и 38 см.

Один из друзей предложил ему лист фанеры в форме прямоугольной трапеции с основаниями 58 см и 35 см, высотой 24 см.



Подойдёт ли этот лист?



Юра попросил своих друзей – Кирилла, Ивана и Илью – помочь ему ответить на этот вопрос.

1. Мнения Кирилла и Ивана разошлись.

*Кирилл:* Я считаю, что лист фанеры подойдёт, если площадь листа фанеры больше площади полки.

*Иван:* Я считаю, что любой лист фанеры не подойдёт, если бóльшая сторона полки больше, чем меньшее основание листа фанеры.

Согласны ли вы с аргументами ребят? Подчеркните нужное. Если не согласны, приведите контрпример.

*Мнение Кирилла:* *Согласен / Не согласен*

*Контрпример:* \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

*Мнение Ивана:* *Согласен / Не согласен*

*Контрпример:* \_\_\_\_\_

---

---

---

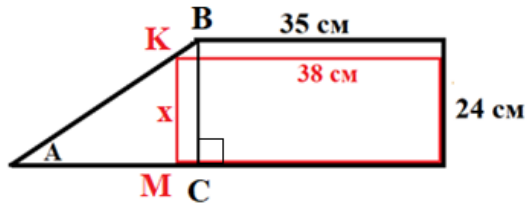
---

---



2. Илья сделал чертёж и предложил такое решение:

«Предположим, что наш прямоугольник, бо́льшая из сторон которого равна 38 см, разместился внутри трапеции так, что его вершина оказалась на боковой стороне трапеции.



Найдём  $x$  – длину смежной стороны этого прямоугольника. Это наибольший из прямоугольников со стороной 38 см, который можно разместить внутри трапеции. Если смежная сторона прямоугольника больше  $x$ , то его разместить внутри трапеции нельзя.

$BC$  – высота трапеции. Из подобия треугольников  $ABC$  и  $AKM$  находим  $x$ :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{x}{BC}, \frac{58-38}{23} = \frac{x}{24}, \frac{20}{23} = \frac{x}{24}, x = 20,9 \text{ (см)}.$$

20,9 (см) < 22 (см) (длины меньшей стороны полки).

Значит, прямоугольник со сторонами 38 и 22 см нельзя разместить внутри данной трапеции».

Какие геометрические факты использовал Илья в своём решении?

Отметьте **все** верные варианты ответа.

- противоположные стороны прямоугольника равны
- в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов (теорема Пифагора)
- если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то треугольники подобны (первый признак подобия треугольников)
- высота прямоугольной трапеции разбивает её на прямоугольник и прямоугольный треугольник
- параллельные прямые отсекают на секущих пропорциональные отрезки (теорема Фалеса)

Комплексное задание «Игра в лото» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Игра в лото

При игре в лото используют непрозрачный мешок с деревянными бочонками, на торце каждого из которых нанесены числа от 1 до 90. За один ход ведущий наугад вынимает из мешка по одному бочонку и называет соответствующее число.



У каждого игрока есть карточка в форме прямоугольника, разделённого на 3 горизонтальных и 9 вертикальных рядов, всего 27 ячеек. В каждом горизонтальном ряду расположено по 5 чисел в произвольном порядке, всего 15 чисел. Остальные клетки пустые.



Игрок должен закрыть бочонками все ячейки с числами. Выигрывает тот, кто сделает это первым.

1. А) На карточке Тимофея одно однозначное число, остальные – двузначные. Какова вероятность того, что первым ходом ведущий вынет бочонок с любым однозначным числом?

Ответ: \_\_\_\_\_

- Б) Тимофей родился 15 декабря, поэтому считает число 15 своим счастливым числом. Какова вероятность того, что первым ходом ведущий вынет бочонок с числом, кратным 15?

Ответ: \_\_\_\_\_

2. На карточке Тимофея три числа с двумя одинаковыми цифрами – 22, 77 и 88. Ведущий делает первый ход. Какова вероятность того, что ведущий вынет бочонок с одним из этих чисел?

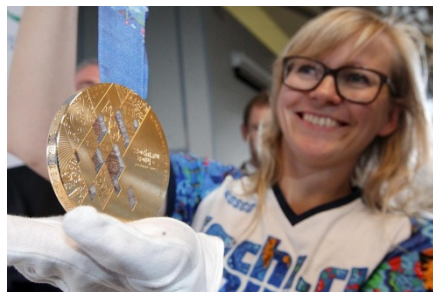
Ответ: \_\_\_\_\_

Комплексное задание «Олимпийские медали» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

**Олимпийские медали**

Как известно, олимпийские медали бывают разного достоинства: золотые, серебряные и бронзовые. На XXII Олимпийских зимних играх, которые прошли в 2014 году в Сочи, было вручено рекордное число серебряных медалей: 97 наград.



Серебряные олимпийские медали, вручённые в Сочи, имеют диаметр 100 мм, толщину 10 мм и массу 525 граммов. Изготовлены эти медали из серебра 925 пробы.

**Справочные сведения**

1. Проба указывает на содержание драгоценного металла (его массу или его долю) в используемом сплаве: серебро 925 пробы представляет собой сплав, состоящий из 92,5% серебра и 7,5% меди.
2. Формула для вычисления объёма цилиндра:

$$V_{\text{цилиндра}} = S_{\text{основания}} * h.$$

1. А) Какова масса 97 серебряных медалей? Ответ дайте в кг. Результат округлите до целого.

Ответ: \_\_\_\_\_

- Б) Какова примерная масса серебра, израсходованного на изготовление одной серебряной медали XXII Зимних Олимпийских игр?

Результат округлите до целого.

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Можно ли уложить эти 97 серебряные олимпийские медали во взломоогнестойком сейфе, характеристики которого даны в таблице?

**Характеристики сейфа**

Огнестойкость	60Б
Взломостойкость	1 класс
Размеры внешние, мм: высота × ширина × глубина	785 × 540 × 490
Размеры внутренние, мм: высота × ширина × глубина	600 × 390 × 300
Вес, кг	155
Объём, л	70,2

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Комплексное задание «Дорога до дачи» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Дорога до дачи

Всем хорошо известно, как важны хорошие дороги, по которым можно в кратчайшие сроки перевозить необходимые грузы и перемещаться пассажирам.

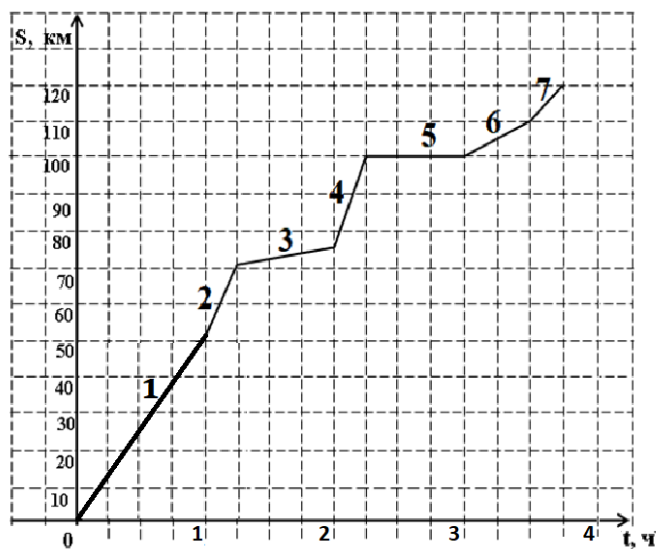


На автомобильной трассе М4 «Дон» в пределах Московского региона ввели в эксплуатацию три скоростных участка, на которых можно развивать скорость до 130 км/час.

Скоростные участки трассы расположены от Москвы: первый – от отметки 51 км до отметки 71 км; второй – от отметки 76 км до отметки 103 км, третий – от отметки 113 км до отметки 120 км.

В субботу семья Ивановых выехала на автомобиле на дачу, которая расположена в 120 км от Москвы. В 8 ч утра они начали движение по трассе «Дон» и воспользовались скоростными её участками.

График их движения по трассе изображён на рисунке.



1. Определите, какие утверждения относительно характеристик движения автомобиля с дачниками являются верными.

- Скоростные участки трассы обозначены на графике цифрами 2, 4 и 7.
- До первого скоростного участка трассы семья доехала за 45 минут.
- За второй час поездки Ивановы проехали примерно 75 км.
- Ивановы приехали на дачу в 12.00.

---

2. Опишите, что могло произойти на 100-м километре трассы. Ответ поясните.

Ответ: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

---

3. На участке трассы от отметки 71 км до отметки 76 км идут дорожные работы по соединению двух первых скоростных участков в единый скоростной участок. За какое наименьшее время можно будет преодолевать этот объединённый скоростной участок после завершения дорожных работ?

Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Комплексное задание «Как измерить ширину реки» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Как измерить ширину реки

Саша готовится к туристическому походу, в котором придётся преодолевать водные преграды. Чтобы организовать навесную переправу, надо знать ширину реки. Как измерить ширину реки в походных условиях?

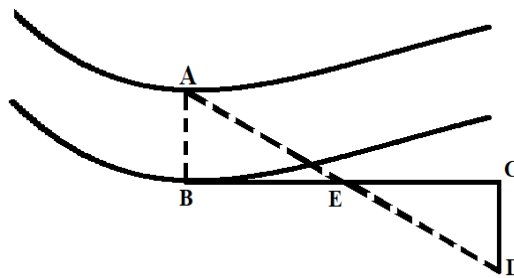


В Интернете Саша нашёл несколько способов, как можно измерить ширину реки. Вот один из них:

«Ширину небольшой реки можно измерять при помощи метода шагов. Оборудование: колышек, рулетка или мерная лента.

**Алгоритм действий:**

1. Встаньте у реки, лицом к противоположному берегу, это точка *B*.
2. Заметьте на противоположном берегу какой-либо ориентир, например, дерево, это точка *A*.
3. Повернитесь направо на  $90^\circ$  и отсчитайте 50 шагов.
4. Установите второй ориентир, например, палку, это точка *E*.
5. В том же направлении пройдите ещё 50 шагов, это точка *C* (отметьте её колышком).
6. Снова развернитесь направо, как можно точнее сохраняя угол в  $90^\circ$ . Начинайте движение, держа в поле зрения оба ориентира – *A* и *E*.
7. Когда ориентиры окажутся на одной с вами линии, остановитесь, это точка *D*.



Расстояние от точки *C* до точки *D* и будет шириной реки. Его можно измерить, например, рулеткой».

1. Действительно ли расстояние  $CD$  равняется ширине реки  $AB$ ? Докажите это.

Доказательство: \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

2. У Саши нет рулетки необходимой длины, поэтому он решил измерить расстояние от точки  $C$  до точки  $D$  шагами.

Саша узнал, что приближённо длину своего шага можно определить по формуле зависимости длины шага от роста:

$$D = \frac{P}{4} + 0,37,$$

где  $D$  – длина одного шага (в метрах),

$P$  – рост человека (в метрах).

Воспользовавшись этой формулой, определите, чему будет равна ширина реки (в метрах), если от точки  $C$  до точки  $D$  Саша сделает 30 шагов. Рост Саши 180 см.

Результат округлите до целого.

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение: \_\_\_\_\_

---

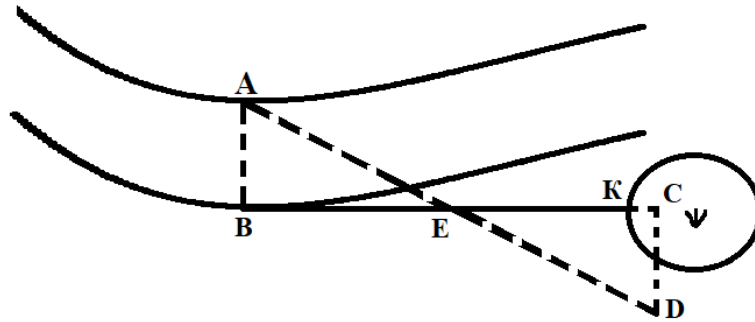
---

---

---



3. Выполняя измерения на местности, Саша столкнулся с неожиданным препятствием: от точки  $E$  он смог сделать только 40 шагов, так как на его пути оказался заболоченный участок (см. рисунок ниже).



Каким образом Саша может завершить свои измерения? Укажите способ, который он может применить, и приведите его обоснование.

Способ: \_\_\_\_\_

Обоснование: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Комплексное задание «Стеллаж из ящиков» (2 задания).

**Прочитайте текст и выполните задания 1-2.**

### Стеллаж из ящиков

Из нескольких одинаковых ящиков в форме куба сделали стеллаж, изображённый на фото. Сторона куба равна 30 см.



1. Решено доработать стеллаж и сделать две дверцы, которые закрыли бы ниши, образованные стенками соседних ящичков. На фото они обозначены цифрами 1 и 2.



Для каждой дверцы:

а) укажите в таблице соответствующую её форме геометрическую фигуру: равносторонний треугольник, равнобедренный треугольник, квадрат, ромб, трапеция;

б) вычислите длины сторон и величины углов выбранных фигур, занесите их в таблицу.

Дверца	Геометрическая фигура	Длины сторон (через запятую)	Величины углов (через запятую)
1			
2			

2. Можно ли разместить такой стеллаж в стенной нише, если высота ниши составляет 1 м?

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Комплексное задание «Куриные яйца» (3 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-3.

Куриные яйца

По действующим российским стандартам маркировка должна быть на каждом яйце, произведённом на птицефабрике.



Первый знак в маркировке означает **допустимый срок хранения**:

- буква «Д» обозначает диетическое яйцо, такие яйца реализуются в течение 7 дней;
- буква «С» обозначает столовое яйцо, которое реализуется в течение 25 дней.

На яйце указывается дата его выпуска (*дата сортировки*).

Второй знак в маркировке означает **категию** яйца в зависимости от его массы.

На птицефабрике проводится сортировка партии куриных яиц по их массе и распределение по стандартным категориям. Доля яиц каждой категории (в %) в данной партии показана в таблице.

<i>Масса, г</i>	35–44,9	45–54,9	55–64,9	65–74,9	75–85
<i>Категория</i>	Третья (3)	Вторая (2)	Первая (1)	Отборное яйцо (O)	Высшая (B)
<i>Доля</i>	10%	32%	34%	18%	6%

1. Для яйца, изображённого на фото, укажите дату, до которой яйцо должно было быть реализовано.

Учтите, что в феврале 2013 года было 28 дней.

Запишите дату следующим образом:

ДД.ММ.ГГГГ – сначала запишите день (две цифры), затем – порядковый номер месяца в году (две цифры), в конце – год (четыре цифры).

Дата: \_\_\_\_ . \_\_\_\_ . \_\_\_\_ .

---

2. Какова средняя масса яиц данной партии?

Ответ дайте в граммах. Результат округлите до целого.

Ответ: \_\_\_\_\_

---

3. Найдите вероятность того, что случайно выбранное из этой партии яйцо:

А) относится к высшей категории;

Ответ: \_\_\_\_\_

Б) имеет массу 55 и более граммов.

Ответ: \_\_\_\_\_

Комплексное задание «Велосипедное колесо» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

### Велосипедное колесо

Велосипедное колесо состоит из металлического обода, втулки со спицами и покрышки с камерой.

При покупке покрышек для велосипеда их размер определяется по наружному диаметру металлического обода велосипедного колеса.

На обод монтируется велосипедная покрышка с камерой.



Обод велосипедного колеса изготавливают диаметром **10; 12; 16; 18; 20; 24; 26; 27,5; 28** или **29** дюймов.

Для справок:

При вычислениях считайте, что:

1 дюйм = 2,54 см;

$\pi = 3,14$ .

1. Ниже показаны четыре вида велосипедов с разными диаметрами обода колеса.

<p><b>1. Горный велосипед</b></p>  <p>Диаметр обода – 24 дюйма</p>	<p><b>2. Спортивный велосипед</b></p>  <p>Диаметр обода – 29 дюймов</p>
<p><b>3. Детский велосипед</b></p>  <p>Диаметр обода – 16 дюймов</p>	<p><b>4. Велосипед тандем</b></p>  <p>Диаметр обода – 20 дюймов</p>

А) Велосипед какого вида сможет пройти наибольшее расстояние за один полный оборот обода?

*Отметьте верный вариант ответа.*

- Горный велосипед
- Спортивный велосипед
- Детский велосипед
- Велосипед тандем

Б) Если перечисленные велосипеды будут двигаться в течение одного и того же количества времени с одинаковой постоянной скоростью, то обод колеса велосипеда какого вида сделает наибольшее количество оборотов во время езды?

*Отметьте верный вариант ответа.*

- Горный велосипед
- Спортивный велосипед
- Детский велосипед
- Велосипед тандем

2. Чтобы ехать на велосипеде, нужно крутить педали. Вращение педалей велосипеда обеспечивает вращение его колес.

Составьте формулу для вычисления количества оборотов  $N$  велосипедного колеса, сделанных во время езды на велосипеде на расстоянии  $S$  (в см) с одинаковой постоянной скоростью, если диаметр обода  $d$  (в дюймах), а высота покрышки с камерой, установленной на обод, равна 2 см.



Ответ: \_\_\_\_\_



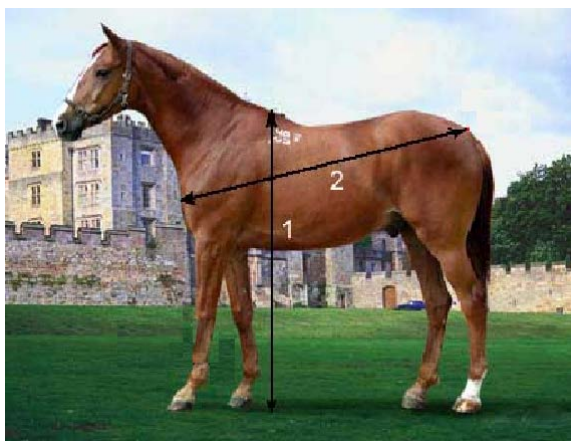
Комплексное задание «Конкур» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

### Конкур

Конкур — олимпийский конный вид спорта по преодолению препятствий, установленных в определённом порядке. Соревнования проходят на специальном поле для конкура.

Выбирая лошадь для конкура, обращают внимание, прежде всего, на рост в холке и косую длину туловища.



На фото цифрами обозначены:

1. Рост в холке,  $H$  (см);
2. Косая длина туловища,  $L$  (см).

Для конкура эти характеристики должны удовлетворять условиям:

- Нижняя допустимая граница высоты в холке – 167 см, верхняя – 177 см;
- Косая длина туловища не должна быть меньше высоты в холке и не должна превышать её более чем на 4 см.

1. При подготовке рекомендаций специалистам, которые занимаются отбором лошадей для конкурра, словесные формулировки заменяют на математические выражения. Запишите в виде двойных неравенств значения характеристик  $H$  и  $L$ , которые удовлетворяют условиям конкурра.

Ответ: \_\_\_\_\_

2. На конноспортивной базе несколько лошадей. Укажите в ответе номера тех из них, которые удовлетворяют условиям конкурра.

№	Кличка лошади	Высота в холке, см	Косая длина туловища, см
1	Анкор	177	180
2	Бремен	178	178
3	Пегас	161	164
4	Буцефал	170	176
5	Хан	166	165
6	Лувр	175	173
7	Марлон	172	172
8	Кавказ	164	168
9	Айс	180	181
10	Сюрприз	158	160

Запишите номера в порядке возрастания без пробелов и знаков препинания.

Ответ: \_\_\_\_\_

Комплексное задание «Деревенский колодец» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

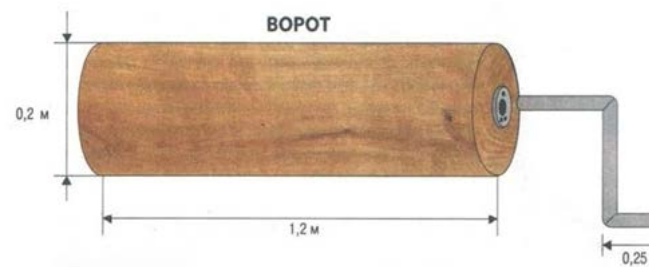
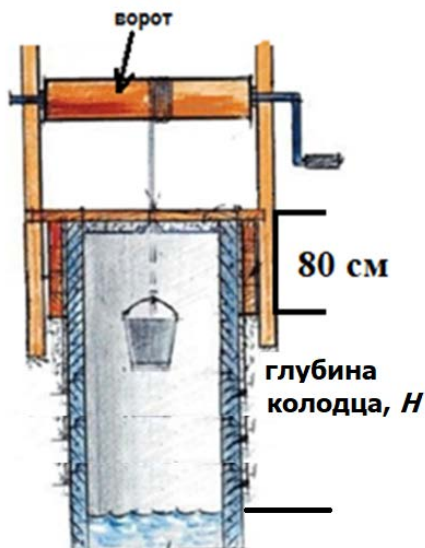
Деревенский колодец

Деревенский колодец представляет собой крытую бревенчатую шахту с воротом, к которому цепью крепится ведро.

Ворот вращается ручкой. При вращении ручки ворот поворачивается, цепь постепенно наматывается на него, и ведро с водой поднимается на поверхность. За один поворот ручки ворот делает полный оборот вокруг оси, и на нём появляется один виток цепи.



Диаметр ворота равняется обычно от 20 до 22 см.



Формулы для справок:

$S = \pi R^2$  – площадь круга,

$C = 2\pi R$  – длина окружности,

где  $R$  – радиус круга.

Считайте, что  $\pi = 3,14$ .

1. А) При поднятии воды из колодца, диаметр ворота которого равен 20 см, сделали 20 оборотов ручкой. Высота деревянного сруба над землей – 80 см.

Найдите глубину колодца (от уровня земли до уровня воды в колодце).  
Результат округлите до целого.

Ответ: \_\_\_\_\_ м

- Б) Запишите формулу для вычисления глубины колодца  $H$  (в м) в зависимости от диаметра ворота  $d$  (в м), количества оборотов  $n$ , высоты сруба  $l$  (в м).

Ответ: \_\_\_\_\_

- 
2. Сколько оборотов ручкой необходимо сделать, чтобы поднять ведро с водой из колодца глубиной 9 м?

Высота сруба колодца над землей – 80 см, диаметр ворота – 20 см.

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

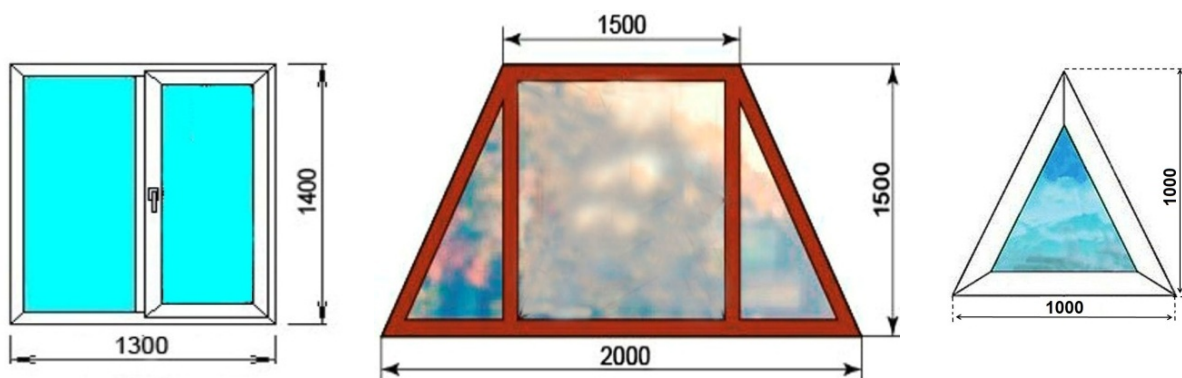
Комплексное задание «Закупка окон» (2 задания).

**Прочитайте текст и выполните задания 1-2.**

### Закупка окон

Компания «Дом для семьи» занимается строительством коттеджных посёлков. Для остекления коттеджей она закупает у фирмы по изготовлению окон различные виды окон.

Образцы окон с размерами в миллиметрах представлены на рисунках.



Цены одного квадратного метра различных видов окон представлены в таблице ниже.

Вид окна	Цена за 1 м <sup>2</sup>
Треугольное	3 460 руб.
Прямоугольное	5 700 руб.
Трапециевидное	6 000 руб.

1. Отметьте «Верно» или «Неверно» для каждого утверждения в таблице, приведённой ниже.

Утверждение	Верно	Неверно
Один квадратный метр треугольного окна дешевле одного квадратного метра прямоугольного окна на 2240 рублей.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Площадь одного окна в форме трапеции в 3 раза больше площади одного треугольного окна.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Фирма по изготовлению окон предоставляет покупателям следующие скидки:

При заказе товара на сумму свыше 100 000 рублей предоставляется скидка 5%.
При заказе товара на сумму свыше 300 000 рублей предоставляется скидка 10%.

Какую сумму за покупку 20 прямоугольных окон заплатит строительная компания фирме с учётом скидок?

Ответ: \_\_\_\_\_ руб.

Решение: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**  
**РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ**

**ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ**  
для формирования  
функциональной грамотности

Математическая грамотность, 9 класс

**СПИСОК ЗАДАНИЙ**

№ п/п	Название комплексного задания	Число отдельных заданий/ вопросов	Источник (где размещены или опубликованы задания)
<b>ЧАСТЬ 1</b>			
1)	Полочка в шкафу	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
2)	Игра в лото	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
3)	Олимпийские медали	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
4)	Дорога до дачи	3	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
5)	Как измерить ширину реки	3	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
6)	Стеллаж из ящиков	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
7)	Куриные яйца	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
8)	Велосипедное колесо	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
9)	Конкур	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
10)	Деревенский колодец	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
11)	Закупка окон	2	Открытый банк заданий 2020 ( <a href="http://skiv.instrao.ru">http://skiv.instrao.ru</a> )
<b>ЧАСТЬ 2</b>			
12)	Блины	3	Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 2: Учебное пособие для общеобразовательных организаций. В 2-х частях. Часть 2. Под редакцией Г.С. Ковалёвой, Л.О. Рословой. – М.; СПб.: Просвещение, 2020.
13)	Зачет по математике	3	Там же
14)	Автоматический выключатель	2	Там же

Разработчики заданий: Л.О. Рослова, Е.С. Квитко, Л.О. Денищева.  
Тестолог: К.П. Вергелес.

**ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**9 класс**

**ЧАСТЬ 1**



**Комплексное задание 1. Полочка в шкафу. 2 задания.**

**Полочка в шкафу. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Рассуждать  
Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста)
- Объект оценки:

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
2	Даны ответы: Мнение Кирилла: Не согласен. Возможный контрпример: площадь трапеции равна $(58 + 35) \cdot 24/2 = 1116$ , площадь прямоугольника со сторонами 24 и 38 равна $24 \cdot 38 = 912$ . Его площадь меньше площади трапеции, но он не поместится внутри трапеции. Мнение Ивана: Не согласен. Возможный контрпример: прямоугольник со сторонами 38 и 12 поместится, хотя $38 > 35$ .
1	Оба ответа даны верно, приведён один контрпример.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Полочка в шкафу. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с множественным выбором
- Объект оценки: Применение изученных геометрических фактов

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
2	Выбраны ответы: 1, 3 и 4. Другие ответы не выбраны.
1	Выбраны любые 2 из трех верных ответов, ИЛИ выбраны все три верных ответа и один из неверных ответов: 2 или 5.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

## Комплексное задание 2. Игра в лото. 2 задания.

### Игра в лото. Задание 1.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Научная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Краткий ответ
- Объект оценки: Вычислять вероятность случайного события

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Даны ответы: А) $9/90$ , или $1/10$ , или $0,1$ ; Б) $6/90$ , или $1/15$ , или $\approx 0,07$
1	Даны ответы: А) $10/90$ , или $1/9$ , или $\approx 0,11$ ; Б) $6/90$ , или $1/15$ , или $\approx 0,07$ ИЛИ: А) $9/90$ , или $1/10$ , или $0,1$ ; Б) $5/90$ , или $1/18$ , или $\approx 0,06$
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

### Игра в лото. Задание 2.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Научная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: Краткий ответ
- Объект оценки: Вычислять вероятность случайного события

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: $3/90$ или $1/30$ .
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Комплексное задание 3. Олимпийские медали. 2 задания.**

**Олимпийские медали. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с краткими ответами (два поля)
- Объект оценки: Нахождение процента от числа

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: А) 51 кг; Б) 486 г.
1	Один из ответов дан верно, другой ответ дан неверно или отсутствует.
0	Другие ответы или оба ответа ответ отсутствуют.

**Олимпийские медали. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Общественная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Нахождение объёмов реальных объектов и их сравнение

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: Да, приведено верное решение.</p> <p><i>Возможное решение 1.</i></p> $\pi R^2 H = \pi \cdot 50^2 \cdot 10 = 78500 \text{ (мм}^3\text{)} - \text{объём одной медали;}$ $78500 \cdot 97 = 7614500 \text{ (мм}^3\text{)} - \text{объём 97 медалей;}$ $600 \cdot 390 \cdot 300 = 70200000 \text{ (мм}^3\text{)} - \text{внутренний объём сейфа.}$ <p>Объём сейфа значительно больше (примерно в 10 раз) объёма 97 медалей, следовательно, все медали поместятся в сейфе.</p> <p>Ответ: Да, можно.</p> <p><i>Возможное решение 2.</i></p> $600 : 10 = 60 - \text{войдет 60 медалей по высоте сейфа;}$ $390 : 100 = 3,9 - \text{войдет 3 медали по ширине сейфа;}$ $300 : 100 = 3 - \text{войдет 3 медали по глубине сейфа;}$ <p>Всего может войти медалей: <math>60 \cdot 3 \cdot 3 = 540</math>.</p>

	<p>Ответ: Да, можно.</p> <p><i>Возможное решение 3.</i> Могут быть взяты приближенные значения:</p> <p><math>600 : 10 = 60</math> – войдет медалей по высоте сейфа;</p> <p><math>400 : 100 = 4</math> – войдет медалей по ширине сейфа;</p> <p><math>300 : 100 = 3</math> – войдет медалей по глубине сейфа;</p> <p>Всего войдет медалей примерно: <math>60 \cdot 3 \cdot 4</math> – примерно 720 медалей.</p> <p>Значительно больше, чем требуется.</p> <p>Ответ: Да, можно.</p> <p><i>Возможное решение 4.</i></p> <p>Медали хранят в коробках в форме параллелепипеда. Объем одного параллелепипеда (коробки) равен <math>100 \cdot 100 \cdot 10 = 100000</math> (мм<sup>3</sup>).</p> <p>Объем 97 параллелепипедов (коробок) равен <math>97 \cdot 100000 = 9700000</math> (мм<sup>3</sup>).</p> <p>Внутренний объём сейфа равен <math>600 \cdot 390 \cdot 300 = 70200000</math> (мм<sup>3</sup>)</p> <p><math>70\,200\,000 &gt; 9\,700\,000</math> – объем сейфа значительно больше объема пространства, занятого медалями.</p> <p>Ответ: Да, можно.</p> <p>Комментарий: сравнение может быть проведено устно.</p>
1	<p>Дан ответ «Да», но приведено решение, которое говорит о том, что вычислен внешний объем сейфа,</p> <p><b>ИЛИ</b> допущена ошибка при вычислении объема цилиндра,</p> <p><b>ИЛИ</b> все вычисления выполнены верно, но дан ответ «нет», т.к. допущена ошибка при сравнении.</p>
0	<p>Ответ «Да» без решения.</p> <p>Другие ответы или ответ отсутствует.</p>

**Комплексное задание 4. Дорога до дачи (3 задания).**

**Дорога до дачи. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с множественным выбором
- Объект оценки: Выявление истинных утверждений в списке утверждений относительно графика реального движения (зависимость пройденного пути от времени движения), чтение кусочно-заданного графика

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
1	Выбраны ответы: 1 и 3. Другие ответы не выбраны.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Дорога до дачи. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста)
- Объект оценки: Чтение, понимание графика движения автомобиля и интерпретация результата анализа графика

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
1	<p>Дан верный ответ, приведено обоснование.</p> <p>Возможные варианты ответа: остановились отдохнуть; зашли в кафе; на заправке была очередь; произошла авария – движение было остановлено.</p> <p>Любой вариант, который однозначно свидетельствует о том, что движения автомобиля не происходило.</p>
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

### Дорога до дачи. Задание 3.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Вычисление минимального времени движения автомобиля с выбранной скоростью в реальной жизни

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 24 мин., приведено верное решение. <i>Возможное решение:</i> 1) $(103 - 51) : 130 = 0,4$ (ч) 2) $0,4 \cdot 60 = 24$ (мин.)
1	Дан ответ 0,4 ч; или допущена вычислительная ошибка при подсчете времени или переводе часов в минуты.
0	Ответ «24 мин» без решения. Другие ответы или ответ отсутствует.

**Комплексное задание 5. Как измерить ширину реки (3 задания).**

**Как измерить ширину реки. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста или в виде рисунка и текста)
- Объект оценки: Алгоритм построения, основанный на равенстве треугольников

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
2	<p>Приведено верное доказательство.</p> <p><i>Вариант доказательства:</i> В прямоугольных треугольниках <math>ABE</math> и <math>DCE</math> с прямыми углами <math>B</math> и <math>C</math> равны соответственно: катеты <math>BE</math> и <math>EC</math> (по построению) и углы <math>AEB</math> и <math>DEC</math> (как вертикальные). Треугольники равны по второму признаку равенства прямоугольных треугольников по катету и прилежащему к этому катету углу. Из равенства треугольников следует, что <math>AB = DC</math>.</p> <p><i>Возможный вариант:</i> не оговаривается, что треугольники прямоугольные, используется второй признак равенства треугольников – по стороне и двум прилежащим к ней углам.</p>
1	<p>Обоснование не является полным, например, в приведенном варианте не обосновано, что треугольники являются прямоугольными, или нет явного вывода о том, что равенство <math>AB</math> и <math>DC</math> следует из равенства треугольников.</p> <p>Возможные варианты:</p> <p>«Рассмотрим треугольники <math>ABE</math> и <math>ECD</math>, у них <math>BE = EC = 50</math> шагов и углы <math>BEA = CED</math>, следовательно, треугольники равны по катету и острому углу.»</p> <p>ИЛИ:</p> <p>«Треугольники равны по 2 углам и стороне, а следовательно, и стороны <math>CD = AB</math>».</p>
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

## Как измерить ширину реки. Задание 2.

### Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Применение алгоритма построения, вычисления по формуле

### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 25 м. Приведено верное решение. Возможное решение: 1) $D = 1,8/4 + 0,37 = 0,82$ (м); 2) $0,82 \cdot 30 = 24,6$ (м)
1	Дан ответ: 24 м или 24,6 м. Приведено верное решение.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.



### Как измерить ширину реки. Задание 3.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста или в виде рисунка и текста)
- Объект оценки: Адаптировать приведенный алгоритм построения, следуя условиям

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	<p>Указан способ и приведено соответствующее обоснование.</p> <p><i>Возможный вариант:</i></p> <p>Способ: подобных треугольников</p> <p>Обоснование: Построить треугольник <math>EKM</math>, подобный <math>EBA</math>. Те же действия и построения на местности, при этом <math>AB</math> находится из подобия так: <math>BA/KM = BE/KE</math>.</p>
1	<p>Дан верный алгоритм, но не указан способ.</p> <p><i>Возможный вариант 1</i> – предлагается использовать тот же способ равных треугольников: «Ему нужно уменьшить число шагов на участке <math>BE</math> и <math>EC</math> на 5 шагов и далее следовать алгоритму запланированных действий».</p> <p><i>Возможный вариант 2</i> – предлагается обходить болото по равным параллельным отрезкам: «Когда Саша дойдёт до заболоченного участка, он должен запомнить, сколько шагов он сделал. Далее он должен повернуться направо, сохраняя прямой угол, и идти, пока заболоченный участок не закончится. Когда он дойдёт до окончания болота, он должен поставить кол и повернуться налево под прямым углом. Далее он должен сделать столько шагов, сколько ему оставалось. После этого он ставит еще один кол и опять поворачивает направо под прямым углом и доходит до точки <math>D</math>, заканчивая свои измерения».</p> <p>Или: указан способ, но нет пояснений, как его использовать.</p> <p><i>Возможный вариант 1:</i> «Треугольники <math>ABE</math> и <math>CDE</math> подобны. Отношение сторон 4 : 5. Отсюда можно найти <math>AB</math>, зная <math>CD</math>».</p> <p><i>Возможный вариант 2:</i> «Выполнить алгоритм в зеркальном отражении».</p>
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Комплексное задание 6. Стеллаж из ящиков (2 задания).**

**Стеллаж из ящиков. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с краткими ответами
- Объект оценки: Распознавание геометрических фигур, определение величины их линейных и угловых элементов

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия			
2	Дан верный ответ, все ячейки заполнены верно:			
	<i>Дверца</i>	<i>Геометрическая фигура</i>	<i>Длины сторон, см (через запятую)</i>	<i>Величины углов, град. (через запятую)</i>
	1	равносторонний треугольник	30, 30, 30 Или: все – 30 Или: по 30	60, 60, 60 Или: все – 60 Или: по 60
2	ромб	30, 30, 30, 30 Или: все – 30 Или: по 30	60, 120, 60, 120 Или: 60, 60, 120, 120 Или: 120, 120, 60, 60 Или: 120, 60, 120, 60	
1	Верно заполнена любая из строк таблицы. ИЛИ: указано только одно значение, не отмечено равенство сторон/углов фигуры.			
0	Другие ответы или ответ отсутствует.			

## Стеллаж из ящиков. Задание 2.

### Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста или в виде рисунка и текста)
- Объект оценки: Использование основных свойств прямоугольных треугольников, соотношений между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике, теоремы Пифагора

### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	<p>Дан верный ответ: «Да», приведено верное обоснование. Возможное обоснование:</p>  <p>Отрезок 1 (катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в <math>30^\circ</math>): <math>0,5 \cdot 30 = 15</math> (см), Отрезок 2 (высота равностороннего треугольника или катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в <math>60^\circ</math>): <math>15\sqrt{3}</math> (см); Отрезок 3 (сторона куба): 30 (см); Отрезок 4 равен отрезку 2: <math>15\sqrt{3}</math> (см), итого: <math>15 + 2 \cdot 15\sqrt{3} + 30 = 45 + 30\sqrt{3}</math> (см) <math>\approx 96,96</math> (см), округляем до целого: <math>97 \text{ см} &lt; 1 \text{ м}</math>. Наличие рисунка не является обязательным. Запись сравнения может отсутствовать.</p>
1	Ход решения верен, но допущена ошибка на одном из шагов, решение доведено до ответа.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Комплексное задание 7. Куриные яйца (3 задания).**

**Куриные яйца. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с краткими ответами
- Объект оценки: Извлекать информацию из текста и изображения, представлять результат в заданном формате

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 2.03.13.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Куриные яйца. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с краткими ответами
- Объект оценки: Извлекать информацию из таблицы, вычислять среднее значение по частоте

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 58 г.
1	Дан ответ: 60 г.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

### Куриные яйца. Задание 3.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Неопределенность и данные
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с краткими ответами (два поля)
- Объект оценки: Извлекать информацию из таблицы, вычислять вероятность случайного события

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: А) 0,06; Б) 0,58.
1	Дан верный ответ на один из вопросов, ИЛИ дан ответ: А) 6%; Б) 58%.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Комплексное задание 8. Велосипедное колесо (2 задания).**

**Велосипедное колесо. Задание 1.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с выбором одного ответа из 4-х
- Объект оценки: Сравнение длин окружностей. Пропорциональность величин

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
2	Даны верно оба ответа: А) Спортивный велосипед; Б) Детский велосипед.
1	Дан верный ответ только на один вопрос. Ответ на второй вопрос отсутствует или дан неверно.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

**Велосипедное колесо. Задание 2.**

**Характеристики задания**

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде формулы)
- Объект оценки: Составление формулы. Вычисление длины окружности

**Система оценивания**

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ с учётом высоты покрышки: $N = \frac{S}{7,9756 \cdot d + 12,56}$ , принимается ответ, где используется числовое значение $\pi$ : $N = \frac{S}{\pi \cdot (d \cdot 2,54 + 4)}$ или $N = \frac{S}{2,54 \cdot \pi \cdot d + 4 \cdot \pi}$ , или записано равносильное выражение.
1	Даны ответ без учёта высоты покрышки: $N = \frac{S}{7,9756 \cdot d}$ или $N = \frac{S}{\pi \cdot d \cdot 2,54}$ , или записано равносильное выражение. ИЛИ принимаются выражения, где используются значения для $\pi$ , равные 3 и 3,1: $N = \frac{S}{7,62 \cdot d + 12}$ или $N = \frac{S}{7,874 \cdot d + 12,1}$
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

## Комплексное задание 9. Конкур (2 задания).

### Конкур. Задание 1.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде алгебраических выражений)
- Объект оценки: Записывать двойные неравенства: числовые и буквенные

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: $167 \leq H \leq 177, H \leq L \leq H + 4$ .
1	Записаны оба неравенства, но записаны строгие неравенства.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

### Конкур. Задание 2.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Образование/Профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с множественным выбором
- Объект оценки: Сравнение чисел

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	Верно дан ответ: 1, 7.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

## Комплексное задание 10. Деревенский колодец (2 задания).

### Деревенский колодец. Задание 1.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Изменение и зависимости
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Научная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с кратким и развернутым (в виде формулы) ответами
- Объект оценки: Распознавание геометрических форм и составление формулы

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Оба ответа даны верно: А) 12 м; Б) $H = 3,14 dn - l$ или $H = \pi dn - l$ .
1	Один из ответов дан верно, второй ответ неверный или отсутствует.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

### Деревенский колодец. Задание 2.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Изменения и зависимости
- Компетентностная область: Формулировать
- Контекст: Научная жизнь
- Уровень сложности: Высокий
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Реальные расчеты

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан ответ: 16 оборотов, приведено верное решение. <i>Возможное решение:</i> 1) $900 + 80 = 980$ (см); 2) $3,14 \cdot 20 = 62,8$ (см); 3) $980 : 62,8 = 15,6$ . <i>Другое решение:</i> Используем составленную в задании 1 формулу: $H = 3,14 dn - l$ ; $n = \frac{H+l}{3,14d}$ ; $n = \frac{980}{62,8} = 15,6$ .
1	Дан ответ: 15, ход решения верный.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.



## Комплексное задание 11. Закупка окон (2 задания).

### Закупка окон. Задание 1.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Пространство и форма
- Компетентностная область: Интерпретировать
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Низкий
- Формат ответа: с дихотомическим выбором (Верно/Неверно)
- Объект оценки: Реальные расчёты, вычисление площади равнобедренного треугольника и площади трапеции

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
1	Дан ответ: Верно - Неверно.
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

### Закупка окон. Задание 2.

#### Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Образование/профессиональная деятельность
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: с развернутым ответом (в виде текста решения)
- Объект оценки: Нахождение процента от числа, вычисление площади прямоугольника, реальные расчёты

#### Система оценивания

Балл	Содержание критерия
2	Дан верный ответ: 197106 руб.; приведено верное решение. Возможное решение: 1) $20 \cdot ((1,4 \cdot 1,3) \cdot 5700) = 207480$ (руб.); 2) $207480 \cdot 0,95 = 197106$ (руб.)
1	Дан ответ: 186732 руб. (неверно выбрана скидка, но процент вычислен верно); дано решение: 1) $20 \cdot ((1,4 \cdot 1,3) \cdot 5700) = 207480$ (руб.); 2) $207480 \cdot 0,90 = 186732$ (руб.)
0	Другие ответы или ответ отсутствует.

## **Основные подходы к оценке математической грамотности учащихся основной школы**

### **Введение**

Методологической основой мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности было выбрана концепция международного исследования PISA (Programme for International Student Assessment), целью которого является оценка подготовки 15-летних учащихся по шести направления, одним из которых является математика.

Оценка математической подготовки 15-летних учащихся в исследовании PISA основана на следующем определении математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.» [5, p.67; 6, p.8]

Содержание, которое организаторы исследования вкладывают в это понятие, фактически сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по словам А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений [1].

### **Концептуальные рамки оценки математической грамотности в исследовании PISA**

Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а

*близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте* и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

- *контекст*, в котором представлена проблема;
- *содержание математического образования*, которое используется в заданиях;
- *мыслительная деятельность*, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

**Контекст задания** – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: *общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, и научная деятельность* [7, с. 29-31].

**Математическое содержание** заданий в исследовании распределено по четырём категориям: *пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределённость и данные*, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями [7, с. 23-28]. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны, необходимы 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора:

– *изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

– *пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

– *количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

– *неопределённость и данные* – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

По сравнению с более традиционным тематическим подходом к представлению содержания выстраивание его вокруг четырёх обобщающих идей позволяет более широко охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с сущностью реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет предметно оценивать возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни.

Для описания **мыслительной деятельности** при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы: *формулировать, применять и интерпретировать*, которые указывают на мыслительные задачи, которые будут решаться учащимися:

– формулировать ситуацию на языке математики;

– применять математические понятия, факты, процедуры;

– интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты

[7, с. 20-21].

Очевидно, что каждый из этих мыслительных процессов опирается на *математические рассуждения*, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2021 использовали те же мыслительные процессы, что и

на предшествующих этапах исследования, но дополнив их рассуждениями. Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учётом особенностей предлагаемой ситуации [6, 7].

Помимо уже названных нововведений исследования 2021 г., отметим новые темы, включённые в содержание проверки:

- явления роста, изменений линейного и нелинейного характера; например, потребуется проследить закономерности, проявляющиеся при возведении в степень некоторого числа;

- геометрические преобразования, аппроксимации, разбиения и составления фигур; например, потребуется построить орнамент из заданных фигур по заданному правилу;

- компьютерное конструирование и моделирование, например, потребуется изображать по указанным правилам маршруты на карте;

- принятие решений с учётом предлагаемых условий или дополнительной информации; например, потребуется при покупке некоторого товара учитывать представленное в таблице сообщение, в котором содержится статистика мнений покупателей об этом товаре [7].

Данные концептуальные положения, лежащие в основе исследования математической подготовки учащихся в рамках PISA, целесообразно реализовать и при разработке основных положений «мягкого мониторинга».

### **Основные элементы содержания, выделяемые для формирования и оценки математической грамотности в 5-х и 7-х классах**

С целью выделения основных элементов математической подготовки, актуальных для формирования и оценки функциональной грамотности в рамках «мягкого мониторинга» в 5-х и 7-х классах, а также уточнения

предметных недочётов в математической подготовке российских учащихся, были проанализированы задания в исследованиях PISA-2015 и PISA-2018, результаты выполнения которых оказались ниже средних международных и не превышали 40% [6, 8]. Сопоставление с документами, определяющими содержание математического образования в российской школе [2, 3, 4], показало, что невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом:

– курса математики 5–6-х классов, который не актуализируется в 7–9-х классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения);

– той части курса математики 9-го класса, который связан с числовыми последовательностями.

Кроме того, проявились недостатки в овладении следующими метапредметными умениями:

- принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;
- работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;
- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;
- отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию; удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;
- владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;
- определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

- использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;

- представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

На основе проведённого анализа были выделены умения, на формирование или развитие которых следует обратить внимание при обучении в 5-х и 7-х классах.

### **5 класс:**

- выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями: упорядочение долей, сложение и вычитание несложных дробей;

- выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение;

- выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных;

- выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку;

- распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая/обратная); решать задачи на увеличение/уменьшение на/в;

- переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно;

- решать задачи методом перебора вариантов;

- читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм;

- иметь представление о шкалах; ориентироваться на числовой прямой;

- устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении;

- распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии;

– представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; мысленно трансформировать трёхмерную фигуру (реальный объект) в двумерную и обратно, распознавать развертки куба, параллелепипеда;

– складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные формы;

–использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника;

–иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника;

– проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат.

### **7 класс:**

– выполнять все виды деятельности, указанные для 5 класса, а также:

– сравнивать рациональные числа, выполнять вычисления с рациональными числами, реальные расчёты;

– вычислять проценты (процентное снижение/повышение), пропорции и отношения, масштаб, использовать основное свойство пропорции, пропорциональное увеличение/уменьшение;

– понимать закономерности, составлять последовательности;

– читать графики зависимостей (линейная и нелинейная);

–составлять математическое описание предложенной зависимости в общем виде (в виде выражения/формулы);

– использовать простейшие свойства треугольника, окружности;

– распознавать комбинации различных плоских форм – отрезков, окружностей, полуокружностей, дуг;

– распознавать трёхмерные фигуры: цилиндр, конус, пирамида (элементы фигур, развертки), комбинации пространственных фигур;

– иметь представление о статистических характеристиках – среднем арифметическом, медиане, моде, размахе, наибольшем и наименьшем значении набора данных;



- интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, на графиках;
- составлять высказывания, проверять истинность утверждений.

### **Общие подходы к составлению заданий для «мягкого мониторинга»**

Выбор направленности мониторинга на развитие и оценку функциональной грамотности учащихся, отвечающей концепции исследования PISA-2021, привел к необходимости изменить подходы к определению содержания и формы проверочных заданий по сравнению с исследованиями, направленными на оценку учебных достижений учащихся. В связи с этим в качестве основы для разработки заданий приняты материалы международного исследования PISA в части оценки математической грамотности (концептуальные рамки, примеры заданий в исследовании PISA-2021, содержание и результаты выполнения российскими учащимися заданий в исследованиях 2003-2018 гг.) [7].

Ниже изложены подходы к составлению заданий, предназначенных для оценки и формирования математической грамотности. Апробация разработанных заданий позволила уточнить некоторые особенности и требования к разрабатываемым заданиям.

1. Учащимся предлагаются не учебные задачи, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами, как это понимается в концепции PISA). Поставленная проблема должна быть нетривиальной, интересной и актуальной для учащихся того возраста, на который она рассчитана.

2. Для выполнения задания требуется холистическое, т.е. целостное, а не фрагментарное, применение математики. Это означает, что требуется

осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения, до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

3. Мыслительная деятельность, осуществляемая при выполнении заданий, описывается в соответствии с концепцией PISA-2021.

4. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы, формирование которых осуществляется в 5-х или 7-х классах соответственно.

5. Используется следующая структура задания: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса.

6. Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке математической грамотности.

Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы.

Наличие визуализации обязательно. Оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

Если введение содержит слова, которые могут быть не известны учащимся, то в нём можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним.

7. Вопрос позволяет раскрыть приведённую ситуацию с определённой стороны. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируется; все основные элементы выделяются для оценивания.

Для выполнения большинства заданий не требуется делать громоздкие вычисления, что позволяет значительно уменьшить влияние вычислительных ошибок на демонстрацию учащимся понимания изученных понятий, применение способов действий для решения поставленных задач. В целях оптимизации вычислений учащимся разрешается использовать калькулятор.

В большинстве заданий не содержится прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания.

Для ответа на вопрос задания достаточно информации, представленной в описании ситуации; если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они приводятся в качестве справочного материала.

8. Учитывается, что задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя его клавиатуру. При разработке заданий используются возможности компьютера, позволяющие проводить построение заданных математических объектов, переносить на плоскости заданные объекты, выполнять вычисления с заданными числами и др.

9. Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;

– со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

Выполнение заданий с выбором ответа и свободным кратким ответом оценивается автоматически, задания со свободным полным ответом оцениваются экспертами.

Ниже приводится общая структура характеристики математических заданий «мягкого мониторинга».

### **Характеристика задания**

1. *Область содержания* (всего 4 данные области): пространство и форма; изменение и зависимости; неопределенность и данные; количество.

2. *Контекст* (всего 4 контекста): общественная жизнь; личная жизнь; образование/профессиональная деятельность; научная деятельность.

3. *Мыслительная деятельность* (всего 4 деятельности): рассуждать; формулировать; применять; интерпретировать.

4. *Объект оценки* (предметный результат): например, чтение графиков реальных зависимостей.

5. *Уровень сложности*: 1, 2 или 3.

6. *Формат ответа*: с развёрнутым ответом; с выбором ответа; с кратким ответом.

7. *Критерии оценивания* (1 или 2 балла): полный ответ – 2 балла, частично верный ответ – 1 балл.

### **Использование заданий для оценки и формирования математической грамотности**

Для достижения целей мониторинга математической грамотности предлагается использовать блок заданий, рассчитанный на 20 минут выполнения. Предлагается такая *структура блока*: 2 задания (сюжета) по 2 вопроса в каждом задании, всего 4 вопроса.

Суммарно в каждый блок входят:

- задания из 2-3-х (из 4-х) областей математического содержания,
- задания из 2-х (из 4-х) контекстов,
- задания из 3-4-х (из 4-х) мыслительных процессов;
- задания трёх видов по сложности: одно лёгкое, два средних, одно сложное;
- задания со следующими критериями оценивания: лёгкое задание оценивается одним баллом, остальные – 2-мя баллами; общая сумма баллов за верно выполненный блок заданий – 7.

*В целях формирования математической грамотности задания могут использоваться самостоятельно. В этом случае они могут быть дополнены вопросами, развивающими, уточняющими предложенную ситуацию или являющимися проекцией сюжета на реальную жизнь конкретных учащихся, жизнь класса, проблемы местного социума.*

Задания лучше выполнять в парах или группах (это зависит от объёмности задания), тогда у учащихся будет возможность обсудить сюжет, используя «коллективный» опыт, уточнить своё понимание ситуации, возможно, задать вопросы учителю. Это поможет выйти на выявление математической сути задания и адекватно сформулировать на языке математики, найти необходимые способы решения.

Обсуждение полезно и на этапе решения задачи, и на этапе интерпретации полученных результатов, чтобы понять, все ли необходимые условия учтены, можно ли решить иначе, проще, рациональнее, соответствует ли математическое решение контексту ситуации и т.п. Обсуждая с классом результаты выполнения задания, учитель должен акцентировать внимание на трёх моментах: как ситуация была преобразована в математическую задачу; какие знания, факты были использованы, какие методы и способы решения были предложены и обсудить их достоинства; как можно оценить полученное решение с точки зрения исходной ситуации.

Полезно предложить учащимся провести анализ своей включенности в выполнение задания, отрефлексировать весь процесс и зафиксировать:

- какие идеи и соображения возникали, были ли они существенными и плодотворными, учтены ли в решении;
- какие возникли трудности и на каком этапе работы над заданием;
- удастся ли самостоятельно справиться с аналогичной ситуацией, если она повторится.

В целях закрепления формируемых умений в качестве домашнего задания можно предложить аналогичную ситуацию с несколько изменёнными данными. Однако задание может носить и творческий характер: придумать своё задание на основе рассмотренного сюжета.

При определённой системности работы по формированию математической грамотности, можно включать изменённые задания и в контрольную работу в качестве дополнительного задания, не связанного с основной темой. В этом случае, можно осуществлять мониторинг выполнения такого рода заданий.

## **Литература**

1. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / Сост., предисл., коммент. Д.А.Леонтьева. – М.: Смысл, 2016, 528 с.

2. Примерная основная образовательная программа начального общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15) [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-nachalnogo-obshhego-obrazovaniya-2>.

3. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15)

[Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL: <http://fgosreestr.ru/registry/primernaya-osnovnayaobrazovatel'naya-programma-osnovnogo-obshhego-obrazovaniya-3/>.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Официальный сайт. URL:<https://fgos.ru/>.

5. OECD (2017), PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition, PISA, OECD Publishing, Paris. p. 65-80 (определение – p. 67).

6. OECD (2018), PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), PISA, OECD Publishing, Stockholm, p.46.

7. OECD Governing Board PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), April 2018 [For Official Use], p. 8, 21-22.

8. PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] //Официальный сайт ОЭСР. URL: <http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf>.

*Материалы подготовлены Л.О. Рословой, К.А. Краснянской, О.А. Рыдзе, Е.С. Квитко*

**КОММЕНТАРИИ**

к открытому банку заданий  
для формирования функциональной грамотности

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

**9 класс**

**ЧАСТЬ 1**



### Комплексное задание «Полочка в шкафу» (2 задания)

Комплексное задание «Полочка в шкафу» содержит проблемную ситуацию, с которой может столкнуться каждый, кто умеет что-то делать по дому своими руками, мастерить, ремонтировать. В данном случае сюжет связан с изготовлением прямоугольной полочки заданного размера из куска фанеры, также имеющего определенную форму и размеры. Проблема в том, подходит ли этот кусок, как это можно определить виртуально, не выполняя реальных непосредственных действий сравнения, например, с помощью наложения. Комплексное задание отнесено к контексту **Образование/Профессиональная деятельность**, т.к. связано с определенной профессией.

Оба задания связаны с геометрическим содержанием курса математики, с использованием геометрических фактов и построений, связанных с прямоугольником и прямоугольной трапецией, что и определяет область содержания – **Пространство и формы**.

В описании комплексного задания приводится не только чертеж трапеции, но и схематические изображения двух возможных вариантов наложения прямоугольника и трапеции: на первом рисунке прямоугольник полностью расположен внутри трапеции (лист подходит), на втором – прямоугольник выходит за контуры трапеции (лист не подходит).

Задание 1 связано с двумя высказываниями относительно того, является ли сравнением площадей двух фигур или сравнение длин сторон прямоугольника и трапеции достаточным условием того, что прямоугольник поместился во внутренней области трапеции. Оба приведенных в задании высказывания являются неверными, и чтобы обосновать это, требуется построить и записать контрпример. Это логическое умение, поэтому вид деятельности, к которому отнесено задание, – **рассуждать**, и умение достаточно сложное, поэтому задание отнесено **к высокому уровню сложности**.

Задание 2 содержит решение задачи о том, какими могут быть длины сторон прямоугольника, чтобы он не выходил за границу трапеции. Прежде всего, учащимся необходимо понять предложенное решение, поэтому вид деятельности определен как *рассуждать*, а затем, чтобы ответить на поставленный вопрос, определить, какие факты курса геометрии использованы в этом решении, и выбрать их из предложенного списка (даны 5 теорем, для получения двух баллов надо верно выбрать 3 из них). Задание отнесено к заданиям *среднего уровня* сложности.

### **Комплексное задание «Игра в лото» (2 задания)**

Комплексное задание «Игра в лото» описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть в любой семье, когда дети (или дети с родителями) проводят вместе время отдыха, но хотят в ходе общения получить какую-то интересную информацию, сделать какие-то выводы. Все вопросы относятся к одному контексту – *Научная деятельность*.

Перед выполнением заданий ученик знакомится с описанием ситуации. Информация о правилах игры (для того случая, когда школьник не знаком с ними) представлена в тексте.

Задание формулируется вне предметной математической области в том смысле, что для ученика описана ситуация, которая может возникнуть в ходе игры, а не изучения раздела математики. Вместе с тем, включение в условие задания вопроса, связанного с математическим понятием «вероятность события» помогает учащимся «увидеть» объект, который встречался им на уроках математики. Оба задания сосредоточены в одной области содержания – *Неопределенность и данные*. Для успешного выполнения заданий от ученика требуется умение вычислить вероятность случайного события, используя определение. Для получения ответа требуется также владеть понятием дроби.

Когнитивная деятельность в двух вопросах одинаковая: используется вид деятельности «*применять*», включающий в себя умение использовать математические понятия и процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики проблемы.

В вопросе А задания 1 требуется вычислить вероятность того, что на выбранном бочонке будет однозначное число, а в вопросе Б нужно вычислить вероятность того, что на бочонке будет число, кратное 15. Заметим, что подсчет числа благоприятных исходов в первом случае связан с определением количества однозначных чисел в промежутке от 1 до 90 (простейшая задача для девятиклассников). Во втором случае число благоприятных исходов вычисляется немного сложнее, потому что требуется выполнение двух условий: определить количество чисел, лежащих в промежутке от 1 до 90, кратных 15. Нужно отметить, что аналогичные задачи на кратность чисел можно уже предлагать и ученикам 5–6-х классов, они не должны вызывать затруднения. При подсчете вероятности напрямую применяется определение.

Задание относится к заданиям *среднего уровня* сложности. Девятиклассник работает с некоторой игровой (возможно, знакомой ему) ситуацией с информацией, представленной в достаточно явном виде, но в тексте, где есть и другая числовая информация. Это отличает данное комплексное задание от традиционных математических задач. Учащимся также дано изображение конкретной карточки из заданий 1 и 2, однако, это скорее, иллюстративный материал, поскольку вся необходимая для ответа на вопрос информация содержится в тексте.

Ситуация, предложенная в задании 2, усложняется за счёт того, что ученик должен проанализировать условие задачи и понять, какие исходы можно считать благоприятными, то есть требуется внимательно прочитать условие задачи. Информация, необходимая для понимания ситуации и

выполнения задания, представлена в тексте. Для выполнения второго задания от учащегося требуется умение правильно понимать математический текст. Это задание *низкого уровня* сложности. Девятиклассник работает с ситуацией, представленной в явном виде. Для получения ответа требуется выполнить простейшие действия.

Поскольку оба задания близки к предметным результатам обучения базового уровня, их (или составленные по аналогии) можно использовать как на тематических уроках с целью внедрения разнообразия в рассматриваемые сюжеты, а также и для контроля. Расширить спектр и сложность задаваемых вопросов можно, если использовать то условие, что игрок может взять несколько карт.

### **Комплексное задание «Олимпийские медали» (2 задания)**

Комплексное задание «Олимпийские медали» описывает реальную ситуацию при проведении XXII Зимних Олимпийских игр и связано с их подготовкой (изготовление медалей для награждения победителей). Все вопросы относятся к одному контексту *Общественная жизнь*.

Задания 1 и 2 формулируются вне предметной математической области (особенно задание 2): ученику не сказано, какие математические действия требуется выполнить. Задание 1 относится к области содержания *Количество*: ученикам предложено вычислить массу 97 серебряных медалей (вопрос А) и примерную массу серебра заданной пробы, израсходованного на изготовление одной серебряной медали XXII Зимних Олимпийских игр (вопрос Б).

Вопросы А и Б в первом задании максимально приближены к базовым предметным результатам, поэтому вид деятельности, используемый учащимися, – *применять*, включающий в себя умение использовать математические процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики

проблемы. В этом задании это: перевод процента в дробь (92,5 %), нахождение процента от числа, вычисление произведения целого и десятичного чисел, двух натуральных чисел, выражение величины в килограммах и округление до целого.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся со *средним уровнем* математической грамотности: эти школьники могут работать с конкретными ситуациями, применять стандартные методы решения, делать прямые выводы. В этом задании ученику предложена ситуация, достаточно близкая к ситуациям, рассматриваемым на уроках математики, однако, дополнительную сложность представляют собой сразу несколько аспектов. Во-первых, это дробные проценты, во-вторых, то, что требуется применить умение выбирать и связывать между собой информацию, представленную в различных формах – текст и справочный материал, в-третьих, необходимость внимательно читать и вникать в конкретные аспекты ситуации (например, в одном случае надо найти массу серебра, а в другом – массу медали).

Задание 2 относится к области содержания *Пространство и формы*: ученики должны применить формулы для вычисления объемов фигур: параллелепипеда (сейф) и цилиндра (медаль), вторая из этих формул дана в справочных материалах. Вопрос содержит несложную проблемную ситуацию: установить, уместятся ли серебряные медали в сейфе указанных размеров. Для ответа на поставленный вопрос школьники должны разработать план, который состоит в том, чтобы определить объем, занимаемый медалями, и сравнить его с внутренним объемом сейфа. Такова новая постановка вопроса самим учащимся, то есть требуется переформулировать вопрос задания, что и составляет идею решения.

Вид деятельности в задании 2 – *формулировать*, включает умение определить, из какого раздела математики он может извлечь требуемые знания, чтобы решить проблему, и сформулировать задачу. В рассматриваемом задании ставится вопрос о том, соответствует ли

внутренний размер сейфа (другими словами, его вместимость) тому объему, который будут занимать серебряные медали. При решении этой проблемы ученик должен найти подход к нахождению объема медали, сделав при этом некоторую идеализацию формы медали (приняв ее за цилиндрическую).

Задание 2 соответствует подготовке учащихся с **высоким уровнем** математической грамотности. Ученики, находящиеся на этом уровне, способны работать с комплексными проблемными ситуациями, различными моделями и их ограничениями, разрабатывать собственные стратегии решения, выбирать информацию из нескольких источников, представленную в стандартных формах (таблица, формула, символьная запись), представлять свои рассуждения в письменной форме, использовать формальный язык, делать выводы и давать интерпретации полученным результатам. Именно таким характеристикам и соответствует эта задача.

При выполнении этого задания учащиеся могут испытывать затруднения, связанные с пониманием той ситуации, которая им предлагается для анализа: сравнить вместимость сейфа и тот объем, который имеют серебряные медали, основываясь на внутренних размерах сейфа, хотя в условии даны и его внешние размеры. В описании ситуации есть лишние данные, которые не пригодятся учащимся для решения поставленной перед ними проблемы. Успех разрешения поставленной проблемы во многом определяется пониманием и правильным представлением описанной ситуации.

При выполнении этого задания учащиеся могут рассуждать различными способами для вычисления объема медалей (в том числе, использовать приближенные вычисления):

- вычислить объем 97 медалей, принимая форму медали за цилиндрическую;
- вычислить объем параллелепипеда, считая, что каждая медаль упакована, например, в картонную коробку;

- вычислять число медалей, которые можно уложить по высоте сейфа, по ширине и по длине.

Все верные способы решения, которые могут быть представлены учащимися, должны приниматься.

### **Комплексное задание «Дорога до дачи» (3 задания)**

Комплексное задание описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть в семье, путешествующей на автомобиле, она хорошо знакома ученику и понятна ему. Все вопросы относятся к одному контексту — *Личная жизнь*.

Задание формулируется вне предметной математической области в том смысле, что ученику не сказано, какие математические действия или операции требуется выполнить. Вместе с тем включение в условие задания графика движения автомобиля помогает учащимся «увидеть» объект, который встречался им на уроках математики.

Все три вопроса заданий сосредоточены в одной области содержания – *Изменения и зависимости*: ученикам предложен график зависимости пути от времени движения. Задание 1 максимально приближено к базовым предметным результатам, задания 2 и 3 содержат несложные проблемные ситуации: предложить свою трактовку событий, отраженных на участке графика (график параллелен оси абсцисс – расстояние остается постоянным); определить наименьшее время движения по объединённому участку дороги (здесь две стратегии – данные для решения проблемы можно выделить из графика или из текста условия). Очевидно, что все действия ученик должен выполнить на основе тех знаний и того опыта, который он получил на уроках математики: читать и понимать график зависимости, интерпретировать результаты анализа графика в условиях заданной ситуации.

Когнитивная деятельность во всех трех вопросах различна. В задании 1 учеником используется вид деятельности – *применять*, включающий в себя

умение использовать математические понятия и процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики проблемы; здесь это осуществляется на основе чтения кусочно-заданного графика.

Вид деятельности в задании 2 – *интерпретировать*, включающий в себя умение переводить математическое решение в контекст реальной проблемы, оценивать и объяснять результаты; необходимо представить свою интерпретацию ситуации, возникшую на 100-м км дороги – это участок, на котором не меняется расстояние.

Вид деятельности в задании 3 – *формулировать*, включающий в себя умение определить, из какого раздела математики он может извлечь требуемые знания, чтобы решить проблему. В рассматриваемом задании ставится вопрос о нахождении наименьшего времени, за которое можно будет преодолеть объединенный скоростной участок по завершении дорожных работ. При решении этой проблемы ученик должен найти подход к нахождению наименьшего времени, то есть извлечь из текста информацию, касающуюся максимальной скорости, которую можно развивать на данной скоростной дороге, и к определению длины объединенного участка, образованного из трех участков.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся с *низким уровнем* математической грамотности: ученику предложена готовая модель движения, представленная в виде кусочно-заданного графика; от него требуется умение выбирать и связывать между собой информацию, представленную в тексте и на графике, понимать информацию, напрямую связанную с конкретным аспектом ситуации.

Задание 2 выявляет учащихся, математическая грамотность которых отвечает *низкому уровню*: эти школьники могут работать с элементарными ситуациями («считывать» информацию с графика движения), применять простые модели и стандартные методы решения (интерпретировать



расположение части графика), делать прямые выводы (расстояние остается постоянным – на трассе это возможно в случае отсутствия движения, возможно, это пробка, поломка и пр.).

Верное выполнение задания 3 дает информацию об учащих, математическая грамотность которых отвечает *среднему уровню*, т.к. ситуация стандартна – учащиеся решали много задач, связанных как со скоростью движения, так и с реальными графиками, связывающими понятия расстояния, скорости и времени равномерного движения. Ученики должны пользоваться различными формами представления информации («считанной» с графика движения и полученной из анализа условия комплексного задания); владеть изученными математическими понятиями (средняя скорость движения, обратно пропорциональная зависимость), фактами (способ нахождения средней скорости), уметь распознавать их в реальных ситуациях; уметь проводить рассуждения (неизвестны расстояние, время, способ нахождения наименьшего времени, затраченного на движение по заданному пути); уметь четко и точно формулировать свои выводы.

### **Комплексное задание «Как измерить ширину реки» (3 задания)**

Комплексное задание включает три вопроса, отнесенных к двум областям – *Пространство и формы* и *Количество*. В задании описан один из классических сюжетов измерений на местности – определение ширины реки. Приводится алгоритм построений на местности с соответствующим ему чертежом. Способ основан на построении двух равных треугольников.

В задании 1 требуется обосновать приведенный алгоритм, то есть привести доказательство того, что построенный отрезок равен ширине реки, которое сводится ко второму признаку равенства прямоугольных треугольников по катету и прилежащему к этому катету углу. Задание *среднего уровня* сложности, вид деятельности – *формулировать*, т.к.

необходимо переформулировать алгоритм, описанный на языке реальных построений на местности, в геометрическую задачу на доказательство.

В задании 2 речь идет об измерении расстояния, точнее, о преобразовании расстояния, измеренного шагами, в расстояние, выраженное в метрах. Это вычислительная задача, одна из необходимых величин рассчитывается по формуле: используется формула для вычисления длины шага, зависящей от роста человека, все входящие в формулу величины заданы в явном виде в условии задания. Вид деятельности – *применять*, т.к. достаточно очевидным образом используются стандартные процедуры: выражения в метрах длины, выраженной в сантиметрах; вычисления по формуле; умножения десятичной дроби на натуральное (круглое) число; округления. *Уровень сложности – высокий* в силу необходимости использовать для промежуточных результатов необычной формулы и предварительно выразить в метрах рост, заданный в сантиметрах, что требует дополнительного внимания при чтении условия и культуры работы с реальными, практическими формулами.

Задание 3 также отнесено к *высокому уровню* сложности. Здесь представлена проблемная ситуация, связанная с необходимостью преобразования использованного алгоритма для случая, когда встречаются определенные ограничения на местности. Думается, что требуется творческий подход, большая свобода владения математическим материалом, привлечение других фактов геометрии, например, подобия или симметрии, что и определяет виде деятельности – *рассуждать*.

### **Комплексное задание «Куриные яйца» (3 задания)**

Комплексное задание включает три вопроса, отнесенных к области *Неопределенность и данные*, т.к. они связаны: с извлечением и преобразованием данных, расположенных в тексте и на изображении, представлением их в заданном формате (задание 1), с чтением табличных

данных (задания 2 и 3), вычислением статистических характеристик (задание 2) и вычисление вероятности случайного события (задание 3).

Данное комплексное задание представляет собой достаточно редкий случай, когда отдельные вопросы отнесены к различным контекстам: первое из заданий – к контексту *Личная жизнь*, два других – *Образование/профессиональная деятельность*. Это связано с тем, что определение конечной даты реализации продукта – актуальный вопрос для каждого человека при покупке продуктов питания.

Задание 1 отнесено к *низкому уровню* сложности, т.к. основа успеха при его выполнении – внимательное чтение текста и условия вопроса. Рассмотрев изображение на фото, ученик должен отнести яйцо к определенной категории, которой соответствует установленный срок реализации – 25 дней, и прибавить эту величину к дате, проставленной на яйце. Сложность заключается в переходе на новый месяц с учетом числа дней в конкретном месяце выпуска продукции, в данном случае это февраль. Вид деятельности этого задания – рассуждать, а не интерпретировать, как могло показаться, именно потому, что необходимо учитывать дополнительное условие продолжительности конкретного месяца.

В задании 2 следует вычислить среднее значение массы яиц конкретной партии, представленной в таблице, в которую входят яйца различной категории, доля яиц каждой категории (в процентах) указаны в таблице. Также в таблице задан установленный диапазон значений массы для каждой категории яиц. То есть необходимо вычислить среднее арифметическое по частоте, определив для каждого диапазона среднее значение. Кроме того, необходимо выразить проценты дробью, выполнить соответствующие арифметические действия и округлить результат до целого числа. Это задание отнесено к *высокому уровню* сложности, а вид деятельности – *применять*.

Выполнение задания 3 также связано с представленной в описании ситуации таблицей, с вычислениями, но здесь надо вычислять вероятность случайного события. Вид деятельности – **применять**: необходимо трактовать частоту (долю) как вероятность, представив ее соответствующей десятичной дробью, как и принято выражать вероятность в математике (если вероятность представлена в процентах, результат оценивается одним баллом). Задание отнесено к **среднему уровню** сложности, т.к. в вопрос Б следует определиться с благоприятными исходами, исходя из условия «не менее 55 г», которому соответствуют 3 категории – первая, отборная и высшая.

Определение последней даты реализации продукта – актуальная задача для каждого покупателя, поэтому такого рода задачи можно использовать и в 5-6-х классах в рамках устного счета.

По данной в описании таблице могут быть составлены и другие вопросы, как более простые, так и более сложные, в частности, на определение других статистических характеристик представленного в таблице набора данных: медиана, мода, размах, наибольшее и наименьшие значения, а также дисперсия.

### **Комплексное задание «Велосипедное колесо» (2 задания)**

Описание комплексного задания «Велосипедное колесо» содержит много разнообразной информации: описание конструкции колеса, сопровождаемое схематическим рисунком, стандартные размеры колес, справочная информация, связанная с окружностью, и о переводе несистемной единицы измерения «дюйм» в метрическую систему мер. Речь не идет о профессиональных аспектах использования велосипеда, задание отнесено к контексту *Личная жизнь*.

Задание 1 связано с наибольшей длиной окружности колеса среди четырех велосипедов с заданными диаметрами, и отнесено оно к

содержательной области **Пространство и формы**. Задание *низкого уровня* сложности, здесь есть возможность ответить на поставленный вопрос, используя интуицию, особенно тем учащимся, у кого есть велосипед.

В задании 2 необходимо составить формулу для вычисления числа оборотов велосипедного колеса с заданной высотой покрышки, зависящего от пройденного расстояния и диаметра обода, что определяет вид деятельности – **формулировать** (следует сформулировать интуитивно понимаемые зависимости на языке алгебры). Это довольно сложная зависимость – прямо пропорциональная от расстояния и обратно пропорциональная от диаметра обода, причем в нее должна войти и формула длины окружности. Поэтому задание отнесено к **высокому уровню** сложности.

Задания, связанные с колесами, традиционно довольно сложны для учащихся, они требуют понимания прямой и обратно пропорциональной зависимостей, а также пространственного воображения, ведь следует представить, как окружность как бы разворачивается, распрямляется на плоскости, оставляет след на дороге. Одно понятие (длина окружности) переходит в другое (расстояние, пройденный путь), одна формула (геометрическая) «встречается» с другой (алгебраической). Поэтому такого рода задания можно включать в различные темы курса математики, как геометрические, так и алгебраические.

### **Комплексное задание «Стеллаж из ящиков» (2 задания)**

Оба вопроса данного задания связаны с распознаванием геометрических фигур, определением их элементов и относятся к содержательной области **Пространство и формы**.

В задании 1 ученику необходимо **интерпретировать** элементы конструкции стеллажа, созданной из одинаковых ящиков, соотнести их с параметрами ящика, оценить форму и размеры ниш, которые образуются в

данной конструкции, основу которой составляет квадрат. Учащиеся должны распознать равносторонний треугольник и ромб. Величины углов ромба необходимо вычислить, увидев, что тупой угол ромба в сумме с двумя прямыми углами квадрата и углом равностороннего треугольника составляют  $360^\circ$ , а затем воспользоваться теоремой о сумме углов четырехугольника. Распознать равносторонний треугольник несложно, но в силу работы с ромбом, задание соответствует *среднему уровню* сложности.

Задание 2 отнесено к *высокому уровню* сложности, поскольку, прежде всего, в нем предложена проблемная ситуация: оценить высоту получившейся конструкции. На основе интуиции, воображения и известных ему геометрических фактов учащийся должен выстроить цепочку рассуждений, разрешающих поставленную проблему. Ему необходимо применить несколько геометрических фактов: использовать основные свойства прямоугольных треугольников, соотношений между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике, теорему Пифагора. Помимо этого, он должен представить свое решение со всеми необходимыми пояснениями, провести оценку полученного результата. Основной вид деятельности при выполнении данного задания – *рассуждать*.

В рассматриваемой конструкции есть ниши, имеющие форму равнобедренного треугольника, достраиваемые до трапеции, таким образом, использование этого задания не ограничивается лишь приведенными вопросами.

### **Комплексное задание «Конкур» (2 задания)**

Комплексное задание «Конкур» представляет собой ситуацию, задания которой относятся к различным содержательным областям – *Изменение и зависимости* и *Количество*. В заданиях рассматриваются параметры лошадей, удовлетворяющих условиям для конкурра, однако, в первом задании акцент сделан на формальную алгебраическую запись этих условий, а во

втором задании – на числовые значения. Соответствующие вопросы относятся к профессиональной деятельности специалистов, занимающихся разведением лошадей.

В задании 1 необходимо условия, сформулированные вербально, записать в виде двойных неравенств. Это задание достаточно близко к предметным результатам, поэтому здесь необходимо применить предметные алгебраические знания: первое неравенство задает числовой интервал, в котором должен располагаться такой параметр, как высота лошади в холке; второе неравенство показывает зависимость между косой длиной туловища и высотой в холке. Вид деятельности – *применять*. Учащимся необходимо быть внимательными и использовать соответствующий условию знак нестрогого неравенства. Именно в силу достаточно высокого уровня формализации это задание отнесено к *среднему уровню* сложности.

В задании 2 вид деятельности – *рассуждать*, что обусловлено отсутствием известной стратегии выполнения подобного рода заданий. Во-первых, надо проверять выполнение двух условий, одного из которых независимо, а второе зависит от первого. Во-вторых, поскольку в явном виде не требуется высказаться относительно каждой лошади (работать с таблицей по строкам), а следует выбрать тех из них, которые удовлетворяют двум условиям, можно сначала выбрать лошадей, удовлетворяющих первому условию, а затем проверять для них выполнение второго условия. Это работа с таблицей по столбцам. Работая с некоторым массивом информации, следует думать не только о том, чтобы не ошибиться, удерживая в памяти числовые значения границ интервала и разницу двух характеристик, а также тот факт, что неравенства нестрогие, а, следовательно, входят в допустимые значения. Следует думать и о том, чтобы выполнить работу рационально, не делать лишние действия, так как это еще и временные затраты.

Если говорить о математической сложности задания, то в нем фигурируют целые положительные числа и самые простые действия с ними, поэтому задание отнесено к заданиям *низкого уровня* сложности.

### **Комплексное задание «Деревенский колодец» (2 задания)**

В задании описан реальный объект, знакомый, возможно, лишь части школьников, которые проводят время в сельской местности, других эта задача погрузит в новую ситуацию, о которой они еще не слышали и не знают. Таким образом, приведенное в условии описание устройства обычного деревенского колодца будет им полезно для получения новой информации. Все задания носят познавательный характер и относятся к одному контексту – *Научная деятельность*.

В условии описывается принцип работы деревенского колодца, представлены две схемы – колодца и, отдельно, ворота, даны формулы длины окружности и площади круга, а ученику не сказано, какие математические действия или операции требуется выполнить, чтобы ответить на поставленные в задании вопросы. Вместе с тем, включение в условие комплексного задания схематичных рисунков и справочных материалов помогает учащимся «увидеть» материал, который встречался им на уроках геометрии. Оба задания сосредоточены в одной области содержания: *Изменения и зависимости*.

Два вопроса в задании 1 приближены к базовым предметным результатам, потому что ставится проблема о вычислении глубины (высоты) объекта и составлении формулы для ее вычисления. В задании 2 предлагается решить обратную задачу: подсчитать, сколько оборотов ручкой нужно сделать, чтобы поднять ведро с водой с указанной глубины. Очевидно, что все действия ученик должен выполнить на основе тех знаний и того опыта, который он получил на уроках математики: читать и понимать



схематичный рисунок колодца (в разрезе), учитывать параметры составляющих (высоту сруба над землей, высоту воды и пр.).

Когнитивная деятельность в двух заданиях одинаковая – **формулировать**, она включает в себя умение определить, из какого раздела математики необходимо извлечь знания, требуемые для решения проблемы, и определиться с моделью ситуации – построить геометрическую модель и описать ее алгебраически. В рассматриваемых заданиях ставятся вопросы о характере зависимости глубины колодца, диаметра ворота и числа оборотов ворота при подъеме воды из колодца. При ответе на второй вопрос ученик должен понимать, как длина цепи, наматываемой на ворот колодца за один оборот, связана с длиной окружности и, соответственно, диаметром ворота.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся со **средним уровнем** математической грамотности: ученики должны воспользоваться различными формами представления информации (схематичный рисунок колодца и его ворота, справочные материалы и текст условия, разъясняющий устройство колодца); разобраться с представленной конструкцией, конкретной и описанной в своих деталях. Они должны разобраться с представленными величинами (глубина колодца, высота сруба, диаметр ворота, число оборотов), решить задачу сначала «в числах» (вопрос А), а затем записать соответствующую формулу, связывающую все величины (вопрос Б). Учащиеся должны владеть изученными математическими понятиями (длина окружности, радиус, диаметр), знать единицы измерения длин и уметь переводить сантиметры в метры, кроме того, для получения верного ответа на поставленные вопросы ученики должны владеть алгебраическими навыками работы с формулами (составление формулы, использование известной формулы длины окружности), вычислительными навыками и навыками округления.

Ответ на вопрос задания 2 также дает информацию об учащихся, математическая грамотность которых отвечает **высокому уровню**. Здесь

также ученики должны использовать различные источники информации (два схематических рисунка, справочные материалы и текст условия), владеть теми же понятиями и умениями из курсов геометрии, алгебры, вычислительными навыками, но теперь им надо сконструировать метод определения числа оборотов ворота для подъема ведра из колодца определенной глубины. Они могут воспользоваться составленной в задании 1 формулой, выразив из нее число оборотов или найдя отношение длины поднимаемой цепи к длине окружности ворота. В некотором смысле это обратная задача к задаче 1, что и делает ее более сложной. Помимо этого, они должны продемонстрировать умение представить решение задачи, показывающее логику проделанных размышлений.

### **Комплексное задание «Закупка окон» (2 задания)**

Комплексное задание «Закупка окон» содержит два задания, отнесенных к разным областям содержания – *Пространство и формы* и *Количество*, т.к. в заданной ситуации в первом случае акцент сделан на геометрических аспектах, а во втором – на вычислительных и количественных. Контекст определен как *Образование/профессиональная деятельность*, поскольку в сюжете задана ситуация продажи фирмой окон для различных зданий.

Описание содержит помимо текста чертежи окон трех видов – треугольное, прямоугольное и в форме трапеции, а также таблицу, содержащую информацию о цене одного квадратного метра для окна каждого вида.

В задании 1 два высказывания, требующих произвести сравнение геометрических величин: в первом случае – разностное сравнение стоимостей квадратного метра треугольного и прямоугольного окон, во втором – сравнение площадей окна в форме трапеции и окна в форме треугольника, для чего можно воспользоваться формулами. Однако, если в первом случае придется выполнять вычисления, то во втором можно

заметить, что большая сторона трапеции ровно в 2 раза больше стороны треугольника, а высота трапеции больше высоты треугольника, и с помощью воображения «увидеть», что если на трапецию уложить три треугольника, то останутся незанятые фрагменты. Это существенно упростит выполнение задания, поскольку обоснования давать не требуется.

Задание 2 – расчетная задача на проценты, в ней требуется вычислить, какую сумму надо заплатить за покупку 20 прямоугольных окон с учётом скидки, которая зависит от общей стоимости заказа и может составлять 5 % или 10 %. Здесь потребуется: 1) определить площадь одного окна, 2) выразить ее в квадратных метрах, 3) вычислить стоимость одного окна, 4) вычислить стоимость 20 окон, а затем 5) вычислить итоговую стоимость заказа уже с учетом величины скидки. Это довольно традиционная задача на подсчет стоимости, поэтому вид деятельности – *применять*. С учетом многошаговости (следовательно, необходимости выстраивать последовательность действий), разнообразия вычислений (в том числе площади и процентов, что увеличивает вероятность появления вычислительных ошибок) и необходимости проверки выполнения определенного условия, задание отнесено к *среднему уровню* сложности.