Задачи и решения

4 класс

1. У Вани, Тани и Оли есть 12 одинаковых по форме шариков: несколько жёлтых, несколько синих и несколько красных. Они разложили шарики по 4 штуки в три одинаковых пакета. Ваня сказал: «Смотрите, ни в одном пакете нет трёх одинаковых шариков!» Таня сказала: «Верно. Но и трёх разных шариков тоже нет ни в одном пакете». Оля сказала: «И все пакеты получились разные». Все трое детей были правы. Определите, как шары были разложены по пакетам.
2. В записи 2 0 1 7 2 0 1 8 расставьте между некоторыми цифрами знаки «+» и «-» так, чтобы в результате получилось число 2019.
3. В трех кучках лежит 11, 7, 6 булавок соответственно. Разрешается перекладывать из одной кучки в другую столько булавок, сколько в другой кучке уже есть. Как за три операции сравнять число булавок во всех кучках?
4. Банкомат меняет одну монету на пять других. Можно ли с его помощью разменять одну монету на 100 монет?
5. В коробке лежат синие, красные и зелёные карандаши. Всего 20 штук. Синих в 6 раз больше, чем зелёных, красных меньше, чем синих. Сколько в коробке красных карандашей?

Решения.

1. В каждом пакете могут находиться шарики не более чем двух цветов, не более двух шариков каждого цвета. Но так как в каждом пакете лежит 4 шарика, то два из них обязаны быть одного цвета, а два – другого. Так как все пакеты получились разными, то это означает, что в одном лежит два желтых и два синих шарика, в другом – два желтых и два красных, а в третьем – два синих и два красных.
2. 2 0 1 7 + 2 0 –1 8
3. (11, 7, 6) – (4, 14, 6) – (4, 8, 12) – (8, 8, 8).
4. После каждого обмена число монет увеличивается на 4, а, значит, остается нечетным. Таким образом 100 монет получить невозможно.
5. Если зеленый карандаш один, то синих 6, а красных 13, что противоречит условию. Если зеленых карандашей 3 или больше, то синих карандашей 18 или больше, но тогда общее количество карандашей больше 20. Остается предположить, что зеленых карандашей 2, синих 12, а красных 6. Все условия задачи выполнены!

5 класс

1. Можно ли составить из одной пятёрки и нескольких двоек число, которое делится на все однозначные натуральные числа, кроме 5?
2. Расставьте в таблицу 3х5 различные натуральные числа так, чтоб сумма любых двух соседних чисел не делилась на 3. Наивысший балл за эту задачу получит тот, у кого наибольшее из использованных чисел будет самым маленьким.
3. Раскрасьте клетки доски 6×6 в черный и белый цвета так, чтобы всего белых и черных было не поровну, а в каждом прямоугольнике 1×4 – поровну.
4. Грани стеклянного кубика покрасили в один из трех цветов: красный, синий или желтый. При этом красную краску использовали на трех гранях, синюю – на двух, а желтую – всего на одной. Если посмотреть сквозь два красных стекла, то увидим красный цвет. Если сквозь два синих – синий, сквозь два желтых – желтый. Если посмотреть сквозь желтое и синее стекло, то увидим зеленый цвет. Сквозь красное и желтое – оранжевый, сквозь красное и синее – фиолетовый. Посмотрев на окрашенный куб сверху, сбоку и спереди, заметили три разных цвета. Какие это могут быть цвета? Приведи все возможные варианты.
5. В некоторый день в пруду было несколько рыбок. На следующий день в этот пруд через речку приплыло столько же рыбок, сколько там было, но 8 рыбок уплыло. На второй день снова приплыло столько же рыбок, сколько там уже стало, но 8 уплыло. То же самое произошло и в третий день, и после этого в пруду рыбок не осталось. Сколько рыбок было в пруду в самом начале?

Решения.

1. Чтобы искомое число делилось на 4, оно должно заканчиваться на 52. Число 52 не удовлетворяет условиям задачи. Значит, третья с конца цифра равна 2. Но число, оканчивающееся на 252, не делится на 8. Значит, такое число придумать невозможно.
2. Например, можно все числа выбрать так, чтобы они при делении на 3 давали остаток 1. Но это, конечно, не наилучший пример.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

1. Если найдутся две противоположных грани, окрашенные в синий и красный цвета, то другая синяя грань лежит напротив желтой (так как все цвета разные). Тогда две красные грани лежат напротив друг друга и мы увидим фиолетовый, зеленый и красный цвета. Если нет синей и красной грани, лежащих напротив друг друга, то синяя грань лежит напротив синей, две красных лежат напротив друг друга. А третья красная лежит напротив желтой. Имеем синий, красный и оранжевый цвета.
2. Решим задачу методом обратного хода. В последний день из пруда уплыли все 8 рыб, значит, перед этим туда приплыли 4 рыбы. Во второй день, перед тем как из пруда уплыли 8 рыбок, там находилось 4+8=12 рыбок. Значит, из реки приплыли 6 рыбок. Рассуждая также, получим, что вначале в пруду было (6+8):2=7 рыбок.

6 класс

1. Можно ли в клетках квадрата размером 5х5 расставить цифры 0 и 1 так, что у каждой единички будет ровно 2 соседки единички, и ни у одного нолика не будет ровно 2 соседа нолика. Соседями считаются цифры, которые стоят в клетках с общей стороной.
2. Можно ли составить из нескольких троек и двоек число, которое делится на все однозначные натуральные числа, кроме 5 и 7?
3. 109 яблок разложено по пакетам. В одних пакетах – по x яблок, а в других – по 3 яблока. Найдите все возможные значения X , если всего пакетов – 20 (пустых пакетов не должно быть).
4. Аня, Боря и Вася прошли один и тот же тест из 6 вопросов, на каждый из которых можно ответить „да” или „нет”.
Аня ответила „нет”, „нет”, „да”, „да”, „да”, „да”.
Боря ответил „да”, „нет”, „нет”, „да”, „да”, „да”.
Вася ответил „нет”, „нет”, „нет”, „да”, „да”, „да”.
Оказалось, что у Ани два неверных ответа, а у Бори только два верных. Сколько верных ответов у Васи?
5. Трое рыбаков наловили рыбы. Первый сказал: «Я поймал 19 рыб». Второй ответил: «Остальные двое поймали 55 рыб». Третий утверждал: «Второй поймал в 4 раза меньше, чем я». Оказалось, что один из рыбаков, называя число, ошибся на единицу. Сколько рыб поймал каждый из них?

Решения.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

1. Смотрите рисунок.
2. 2232
3. Если бы в каждом пакете было по 3 яблока, то всего яблок было бы 60, но на самом деле яблок было на 49 больше. Значит, «лишние» яблоки надо распределить поровну по некоторым пакетам. Так как 49 = 7 ∙ 7 = 49 ∙ 1 и всего пакетов – 20, то либо в 7 пакетах содержится по 7 «лишних» яблок, либо в одном пакете – 49 «лишних» яблок. В первом случае x = 10, во втором случае x = 52.
4. Так как Аня 4 раза ответила правильно, а Боря 4 раза ответил неправильно, то из 6 вопросов найдутся по крайней мере 2, на которые Аня ответила правильно, а Боря неправильно. Это могут быть только вопросы 1 и3, поскольку на все остальные Аня и боря ответили одинаково. Вася на первый вопрос ответил, как Аня, то есть правильно, а на третий неправильно (как Боря). На остальные вопросы Вася ответил, как Аня. Значит, всего у него правильных ответов на 1 меньше, чем у Ани, то есть 3.
5. Если ошибся первый или второй рыбаки, то третий рыбак поймал либо 55-19+1=37, либо 55-19-1=35 рыб. Но ни одно из этих чисел не делится на 4. Значит, ошибся третий рыбак и на самом деле он поймал либо в 3, либо в 5 раз больше второго. Но третий рыбак поймал 55-19=36 рыб. Это число не делится на 5, зато делится на 3. То есть второй рыбак поймал 36:3=12 рыб.