4 класс

1. Вова начал читать книгу 10 февраля, а закончил 12 марта, причем каждый день он читал хотя бы немного. Сколько дней Вова читал книгу?
2. На каждой перемене Пончик съедает по 2 конфеты. За неделю (с понедельника по субботу) было 28 уроков. Сколько всего конфет съел Пончик за неделю?
3. Можно ли целые числа от 1 до 9 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего числа вычитается меньшее) была не меньше 5?
4. Сколькими способами можно клетчатую полоску размером 5х2 замостить прямоугольниками размером 1х2?
5. К переправе через реку подошли три разбойника с левой стороны и 4 купца с правой. На левой стороне имеется двухместная лодка. Как им всем переправиться через реку, если купцы не хотят оказаться на одном берегу с разбойниками в меньшинстве?

Решения.

1. Если год был високосный, то Вова читал 29-9=20 дней в феврале и 12 дней в марте, всего 32 дня. Если год не был високосным, то он читал книгу 31 день.
2. Каждый день число перемен на 1 меньше числа уроков, значит, за 6 дней эта разница достигнет 6. Таким образом, общее число перемен равно 22 и Пончик за неделю съел 44 конфеты.
3. Нельзя, так как нам некуда будет поставить число 5.
4. Всего 8 способов (три способа с одним вертикально расположенным прямоугольником, 4 способа с тремя вертикальными прямоугольниками и один способ, когда все пять прямоугольников расположены вертикально).
5. Например, так: сначала плывет 1 разбойник, потом два купца, потом еще один разбойник, снова два купца и один разбойник.

5 класс

1. 12-метровое бревно распилили на 3-х метровые чурбаки за 12 минут. За сколько такое бревно можно распилить на метровые чурбаки?
2. Можно ли целые числа от 1 до 10 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 5?
3. Сколькими способами можно клетчатую полоску размером 6х2 замостить прямоугольниками размером 1х2?
4. К кабинке канатной дороги на гору подошли четверо с весами 50, 60, 70 и 90 кг. Смотрителя нет, а в автоматическом режиме кабинка ходит туда-сюда только с грузом от 100 до 250 кг (в частности, пустой не ходит), при условии, что пассажиров можно рассадить на две скамьи так, чтобы веса на скамьях отличались не более, чем на 25 кг. Как им всем подняться на гору? (Дополнительные грузы возить нельзя).
5. На доске выписали 20 чисел. Оказалось, что 11 из них делятся на 13, а 13 делятся на 11. Докажите, что хотя бы одно из чисел больше 500.

Решения.

1. Бревно распилили на 4 чурбака, для этого потребовалось сделать 3 распила, то есть на один распил уходит 4 минуты. Чтобы распилить бревно на метровые чурбаки, потребуется сделать 11 распилов, и на это уйдет 44 минуты.
2. Можно, например, так: 5, 10, 4, 9, 3, 8, 2, 7, 1, 6.
3. Всего 13 способов (6 способов с 2 вертикально расположенными прямоугольниками, 5 способов с 4 вертикальными прямоугольниками и по 1 способу, когда все прямоугольники расположены вертикально и когда все расположены горизонтально).
4. Например, так: 50, 60 и 90 вверх, 50 и 60 вниз, 50 и 70 вверх, 70 и 90 вниз, 60 и 70 вверх, 50 и 60 вниз, 50, 60 и 90 вверх.
5. По меньшей мере, 4 числа должны делиться и на 13 и на 11, то есть они должны делиться на 143. 4 самых маленьких натуральных числа, делящихся на 143, - это 143, 286, 429 и 572. Это означает, что хотя бы одно из чисел должно быть больше 500.

6 класс

1. Муравей прополз 13/7 м за 1 мин 50 сек, а таракан пробежал 4,8 км за 1 час 10 мин. У кого из них средняя скорость была выше, и на сколько процентов выше?
2. У барона Мюнхгаузена есть пятизначное число P, где все цифры разные и нет нуля. Барон говорит, что может вычеркнуть из P одну цифру (не первую) так, что оставшееся четырехзначное число будет делителем числа P. Могут ли слова барона быть правдой?
3. В Хогвартсе, где учатся чистокровные маги и полукровки, за столом собрались более 12 учеников с двух факультетов. Корреспондент спросила у четверых присутствующих «Сколько за столом магов с твоего факультета?» и они дали 4 разных ответа: 3, 4, 5, 8. При этом все ответили честно, в число магов каждый включил и себя, только чистокровки полукровок за магов не считали. Сколько всего полукровок было за столом?
4. Сколькими способами можно клетчатый квадрат размером 4х4 замостить прямоугольниками размером 1х2, если 4 из этих прямоугольников должны быть расположены горизонтально, а четыре – вертикально?
5. Найдите наибольшее натуральное число, в котором все цифры разные и которое делится на 4.

Решения

1. У таракана скорость м/сек, у муравья  м/сек, то есть скорость таракана в 88 раз или на 8700% больше.
2. Да, например, 12375=9·1375
3. Так как все ответы были разные, то среди отвечавших было по одному чистокровному магу и по одному полукровке с каждого факультета. Общее количество учеников должно равняться сумме чисел, названных полукровками (так как они считали всех присутствующих). Это количество больше 12, поэтому оно может равняться только 5+8=13. Тогда количество чистокровных магов равно 3+4=7. Значит, полукровок было 13 – 7 = 6.
4. 16 способов (плитки занумерованы цифрами от 1 до 8)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 4 | | 1 | 2 | 3 | 4 | | 6 | 6 | 5 | 5 | | 7 | 7 | 8 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 5 | 5 | 6 | 6 | | 1 | 2 | 3 | 4 | | 1 | 2 | 3 | 4 | | 7 | 7 | 8 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 3 | 3 | | 2 | 2 | 4 | 4 | | 5 | 6 | 7 | 8 | | 5 | 6 | 7 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 2 | 4 | | 1 | 3 | 3 | 4 | | 6 | 7 | 7 | 5 | | 6 | 8 | 8 | 5 | |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 3 | | 1 | 2 | 4 | 5 | | 6 | 6 | 4 | 5 | | 7 | 7 | 8 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 4 | 5 | | 2 | 3 | 4 | 5 | | 2 | 3 | 6 | 6 | | 7 | 7 | 8 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 2 | 2 | | 4 | 5 | 3 | 3 | | 4 | 5 | 6 | 8 | | 7 | 7 | 6 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 2 | 2 | | 3 | 3 | 4 | 5 | | 6 | 7 | 4 | 5 | | 6 | 7 | 8 | 8 | |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 3 | | 1 | 2 | 4 | 4 | | 6 | 6 | 5 | 8 | | 7 | 7 | 5 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 3 | 4 | | 2 | 2 | 3 | 4 | | 5 | 6 | 7 | 7 | | 5 | 6 | 8 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 3 | 4 | | 2 | 2 | 3 | 4 | | 5 | 5 | 7 | 8 | | 6 | 6 | 7 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 3 | | 1 | 2 | 4 | 4 | | 5 | 6 | 7 | 7 | | 5 | 6 | 8 | 8 | |
| |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 2 | 3 | | 1 | 4 | 4 | 3 | | 6 | 6 | 5 | 8 | | 7 | 7 | 5 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 2 | 3 | | 1 | 4 | 4 | 3 | | 5 | 6 | 7 | 7 | | 5 | 6 | 8 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 3 | 4 | | 2 | 2 | 3 | 4 | | 5 | 6 | 6 | 8 | | 5 | 7 | 7 | 8 | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 3 | | 1 | 2 | 4 | 4 | | 5 | 6 | 6 | 8 | | 5 | 7 | 7 | 8 | |

1. 9876543120