4 класс

1. Очень хитрый киоскер получил для продажи несколько пачек конвертов по 100 конвертов в каждой. 10 конвертов он отсчитывает за 10 секунд. За сколько секунд он может отсчитать 60 конвертов? А 90?
2. Найдите наибольшее число, у которого каждая цифра, начиная с третьей, равна сумме двух предыдущих цифр.
3. Расставьте по кругу четыре единицы, три двойки и три тройки так, чтобы сумма любых трёх подряд стоящих чисел не делилась на 3.
4. Учительница написала на доске два числа. Вовочка сначала их перемножил и получил ответ 32, а потом сложил и получил ответ 15. Найти эти числа, если известно, что в каждом действии Вовочка ошибся ровно на 1.
5. Три толстяка соревновались в поедании конфет. Каждый следующий день первый толстяк съедал на 1 конфету больше, второй – на 2, а третий – на 3. 12 марта каждый из них съел по 100 конфет. Сколько конфет съел третий толстяк в тот день, когда первый съел на 20 конфет больше, чем второй?
6. Куб со стороной 1 м распилили на кубики со стороной 1 см и сложили из них квадрат. Какая сторона у этого квадрата?

Решения

1. Чтобы отсчитать 60 конвертов, надо открыть пачку и отсчитать 40 конвертов. Тогда в пачке останется 60 конвертов. Таким же образом 90 конвертов можно отсчитать за 10 секунд.
2. Чтобы число оказалось наибольшим, в нем должно быть максимальное количество разрядов. Этого можно достигнуть, если в старших разрядах разместить 1 и 0. В результате получится число 10112358. Легко проверить, что, увеличивая цифры в старших разрядах, мы получим более короткие числа (а, значит, и более маленькие).
3. Доля выполнения условия задачи нужно расставить числа так, чтобы не было трех идущих подряд разных или полностью одинаковых чисел. Этого можно добиться, например, так: 1223313112 (и далее по кругу).
4. Правильное произведение чисел может равняться либо 31, либо 33. В первом случае это могут быть только числа 31 и 1, а во втором – 3 и 11, а также 33 и 1. 31+1 = 32; 33+1 = 34; 11+3 =14. Только последняя сумма удовлетворяет условию задачи. Таким образом, искомые числа 11 и 3.
5. Первый толстяк съел на 20 конфет больше второго за 20 дней до 12 марта (так как с каждым днем разница между ними увеличивалась на 1 конфету). В этот день третий толстяк съел конфет на 20·3=60 конфет меньше, чем 12 марта. То есть он съел 40 конфет.
6. Всего оказалось 100·100·100=1000000 маленьких кубиков. Чтобы сложить из них квадрат, надо уложить 1000 рядов по 1000 кубиков. То есть сторона квадрата будет равна 1000 см или 10 метрам.

5 класс

1. На кошачьей выставке каждая четвертая кошка белая. Каждое двенадцатое белое животное — кошка. Кого больше: белых животных или кошек и во сколько раз?
2. Будильник спешит на 9минут в сутки. Ложась спать в 22*.*00, на нем установили точное время. На какое время надо завести звонок, чтобы будильник зазвенел ровно в 6*.*00? Ответ объясните.
3. Дядька Черномор вырезал из бумаги большой квадрат и положила его в сундук. Пришел первый богатырь, достал квадрат, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришел второй богатырь, достал один из квадратов, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришел третий богатырь. И он достал один из квадратов, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. То же самое проделали все остальные богатыри. Сколько квадратов лежало в сундуке после того, как ушел 33-ий богатырь?
4. 10 книг стоят больше 11 рублей, а 9 книг стоят меньше 10 рублей. Сколько стоит одна книга?
5. Можно ли квадрат 4×4 без угловой клетки разрезать на 3 равные части?
6. Среди четырех людей нет трех с одинаковым именем или с одинаковым отчеством, или с одинаковой фамилией, но у каждых двух совпадает или имя, или отчество, или фамилия. Может ли так быть?

Решения

1. Пусть х – количество белых кошек. Тогда 4х – количество кошек, а 12х – количество белых животных. Это значит, что белых животных в 3 раза больше, чем кошек.
2. За 8 часов будильник убежит на 3 минуты. Значит, в 6 утра он будет показывать 6.03. На это время и надо завести звонок.
3. После каждого богатыря число квадратов увеличивалось на 3. Значит, после 33 богатырей число квадратов увеличится на 99 и в сундуке станет 100 квадратов.
4. Одна книга стоит больше 1 рубля 10 копеек, но меньше 1 рубля $11\frac{1}{9}$ копеек. Это означает, что книга стоит 1 рубль 11 копеек.
5. Можно.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 1 |  |
| 1 | 1 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 2 |

1. Иван Петрович Сидоров; Иван Васильевич Федоров; Николай Петрович Федоров; Николай Васильевич Сидоров.

6 класс

1. Найти две такие обыкновенные дроби – одну со знаменателем 8, другую со знаменателем 13, чтобы они не были равны, но разность между большей и меньшей из них была как можно меньше.
2. Длину прямоугольника увеличили на 30%, а ширину уменьшили на 20%. На сколько процентов изменилась площадь прямоугольника?
3. Саша гостил у бабушки. В субботу он сел в поезд и приехал домой в понедельник. Саша заметил, что в этот понедельник число совпало с номером вагона, в котором он ехал, что номер его места в вагоне был меньше номера вагона и что в ту субботу, когда он садился в поезд, число было больше номера вагона. Какими были номера вагона и места?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| \* | \* |  |  |
| \* | \* | \* |  |
|  | \* | \* | \* |
|  |  | \* | \* |

1. В квадрате 4×4 отметили 10 клеток (смотрите рисунок). Разрежьте квадрат на 4 одинаковые по форме части так, чтобы они содержали соответственно 1, 2, 3 и 4 отмеченные клетки.
2. За круглым столом сидели четыре студента. Филолог сидел против Лузина, рядом с историком. Математик сидел рядом с Лебедевым. Соседи Лихачева – Соловьев и физик. Какая специальность у Лузина?
3. 35 коров съедают всю траву на поле за 24 дня, а 15 коров – за 60 дней. Сколько коров съедят траву за 96 дней?

Решения.

1. $\frac{5}{13}-\frac{3}{8}=\frac{1}{104}$ Так как разностью будет дробь со знаменателем 104, то сделать ее меньше не удастся.
2. Пусть S – первоначальная площадь прямоугольника. Когда длину прямоугольника увеличили на 30%, его площадь тоже увеличилась на 30% и стала равна 1,3S. Когда ширину уменьшили на 20%, его площадь уменьшилась на 20% и стала равна 0,8·1,3S = 1,04S. То есть площадь увеличилась на 4%.
3. Так как в субботу число было больше номера вагона, а через два дня число совпало с номером вагона, то это были дни разных месяцев. Значит, понедельник был 1 или второго числа и вагон имел номер 1 или 2. Но так как номер его места в вагоне был меньше номера вагона, то номер вагона равен 2, а номер места 1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1\* | 2\* | 2 | 2 |
| 1\* | 1\* | 1\* | 2 |
| 3 | 3\* | 3\* | 4\* |
| 3 | 4 | 4\* | 4\* |

4.

1. Лузин не может быть филологом и историком, Соловьев и Лихачев – физиками, Лебедев – математиком. Если Лузин – физик, то он сидит напротив Соловьева, поэтому Соловьев – филолог. Но тогда математик не может сидеть рядом с Лебедевым. Значит, Лузин – математик. Тогда Лебедев – физик, Лихачев – филолог, а Соловьев – историк.
2. Пусть x – скорость роста травы, y – скорость, с которой одна корова ест траву. Количество травы в начальный момент примем за 1. Тогда 1=24(35y-x); 1=60(15y-x). Отсюда находим $y=\frac{1}{800}$; $x=\frac{1}{480}$. Теперь нетрудно посчитать, что за 96 дней траву съедят 10 коров.